PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS,
27646 Quai des Grands-Augustins, 55.

COURS
D'ÉLECTRICITÉ

PAR

H. PELLAT,

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS.

TOME I.

ÉLECTROSTATIQUE. — LOIS D'OHM. — THERMO-ÉLECTRICITÉ.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

PRÉFACE.

Cet Ouvrage est un Cours complet d'Électrici
trois Parties : la première comprend l'Électros
lois d'Ohm et la Thermo-électricité; la second
dynamique, le Magnétisme et l'Induction; l
l'Électrolyse, l'Électro-capillarité et les questions
tachent. Il a pour but de montrer comment on
solidement les lois fondamentales d'une des
parties de la Science et d'en tirer les princi
quences. Je n'ai eu garde d'omettre les applicati
importantes, surtout celles qui s'appuient sur
vertes récentes, mais je n'ai pu entrer dans de gr
à ce sujet; ces applications font du reste l'objet d
ouvrages spéciaux.

Pour faciliter l'étude de l'Électricité à un
nombre de personnes, j'ai cherché les démonst
me paraissent les plus simples; elles n'exigent p
jours que les principes élémentaires du calcul in

Magnétisme; j'ai pu mieux montrer ainsi s
jour la notion de Magnétisme, qui n'est qu
mathématique très commode, mais qui n'
physique.

La première Partie de cet Ouvrage est la
Cours que j'ai fait à la Sorbonne en 1898-1
celle du Cours que j'ai fait en 1899-1900
sième, elle correspond au Cours que je fera

J'ai de vifs remercîments à adresser à
Labrouste, licenciés ès Sciences, qui ont b
avec le plus grand soin les notes qu'ils ava
Cours : leur travail a beaucoup facilité la
tive.

H.

Le 25 juin 1901.

COURS

D'ÉLECTRICITÉ

INTRODUCTION.

L'Électrostatique est la science qui a pour but l'étu
nomènes produits lorsque l'électricité est en équilibre
Jusqu'à ces dernières années, cette étude s'est app
expériences de Coulomb; ce physicien a énoncé la lo
*Deux points électrisés s'attirent ou se repousse
direction de la droite qui les joint, proportionnel
quantités d'électricité qu'ils possèdent et en raison
carré de leur distance.*
Cette loi a été établie et vérifiée un peu grossiè
Coulomb, dans le cas où les corps électrisés étaient p
l'air. On a reconnu depuis que les conséquences de cett
fient avec une grande exactitude, toutes les fois que le
plongés dans l'air. On peut même affirmer, dans l'ét
nos connaissances, sans que les expériences aient ce
faites, que la vérification de la loi se ferait aussi bien
intermédiaire était constitué par un autre corps isolant
tel que l'essence de pétrole. Mais on peut affirmer ég

pas certain qu'elle rende compte de tous. En
de la définition du *pouvoir inducteur spécifiq*
est nécessaire de faire intervenir une hypothès
moins fâcheuse.

Il est possible d'éviter ces écueils, si l'on n
de la loi de Coulomb. En s'appuyant seulemen
rimentaux classiques, on peut faire une étude a
de l'Électrostatique et établir des formules tou
le milieu isolant soit homogène ou qu'il soit h
cas des milieux homogènes les formules se rédu
aux formules déduites de la loi de Coulomb ;
hétérogènes, aux formules déduites de la théori
quand celles-ci sont d'accord avec les résulta
Telle est la marche que nous suivrons dans ce

CHAPITRE I.

PHÉNOMÈNES GÉNÉRAUX. — LOIS FONDAMENT

Nous allons, pour commencer, exposer les expérien
viront de point de départ à nos raisonnements, sa
même les plus connues.

1. **Corps électrisés.** — Dans les conditions ordinai
ne peut en attirer un autre d'une façon facilement m
même perceptible; les forces newtoniennes, qui s
l'on sait, proportionnelles aux masses des corps ent
elles agissent, sont tellement faibles pour les corp
pouvons manier aisément, qu'on ne peut les mettre
que par des procédés d'une délicatesse extrême.

Mais les corps soumis à certains traitements (à
par exemple) attirent nettement les corps légers pl
mité. Ainsi un bâton d'ébonite, qui, à l'état ordinaire
aucune attraction, attire au contraire vivement les c
s'il vient à être frotté avec une peau de chat; il en
d'un bâton de verre frotté avec du drap. Une simp
papier, bien séchée et frottée, attire très fortement les

Ce fait a été très anciennement connu : Thalès d
vivait au VI^e siècle avant J.-C., l'a signalé pour l'a
Pline l'Ancien, au premier siècle de notre ère, a fai

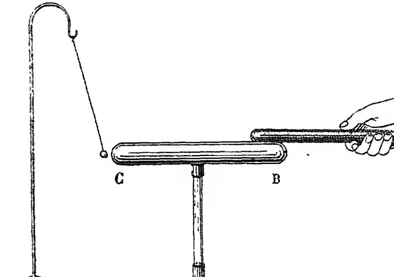
sédant cette propriété attractive sous le nom
et il appela *électricité* la cause inconnue qui pro
Le mot « électricité » a été tiré du grec ἤλεκ
ambre jaune.

On désigne souvent sous le nom de corps
corps qui n'est pas électrisé.

2. Conductibilité. — En 1727, un physicie
une nouvelle découverte : il remarqua que l'éle
de se transmettre à l'intérieur ou à la surface
lui communiquant partout ses propriétés att
conductibilité électrique cette propriété.

Pour mettre cette transmission en évidence
un cylindre métallique BC (*fig.* 1) et placer,

Fig. 1.



de l'une de ses extrémités, une petite balle de
par un fil métallique très fin (la balle et le fil
l'on appelle un *pendule électrique*). Si l'on to
mité B du cylindre avec un corps électrisé par
de sureau est attirée immédiatement par l'extrém
attract ve, l'électric té, s'est ain transmis

et suspendue par des cordons de soie; il constata qu de l'une des extrémités de la corde avec un corps éle apparaître, à l'autre extrémité, des signes d'électrisatio clut qu'il n'y avait pas de limite à la transmission.

3. **Différences dans la conductibilité.** — Très pe après, Désaguliers, physicien appartenant à une fami réfugiée à Londres à la suite de la révocation de l'Édi remarqua que tous les corps ne possèdent pas la transmettre l'électricité. Pour mettre ce fait en évide de répéter l'expérience qui a servi à montrer la transmi en remplaçant le cylindre métallique par un cylindr il n'y a plus attraction de la boule de sureau, lorsque l'extrémité du cylindre d'ébonite avec un corps électr

Il y a donc des corps qui conduisent l'électricité et ne la conduisent pas. On peut, par suite, ranger les co catégories; les premiers sont appelés *corps bons c* les seconds *corps non conducteurs* ou *mauvais cond*

Dans la première catégorie se trouvent les méta alliages, qu'ils soient solides ou liquides; les corps soli présentant l'éclat métallique, tels que le tellure, la pyr bon qui a été porté à haute température, en particul bon de cornue; les dissolutions aqueuses de sel ou conséquent l'eau commune, les corps humides, et en le sol, les parois d'une pièce, le corps humain; enfin gaz très chauds.

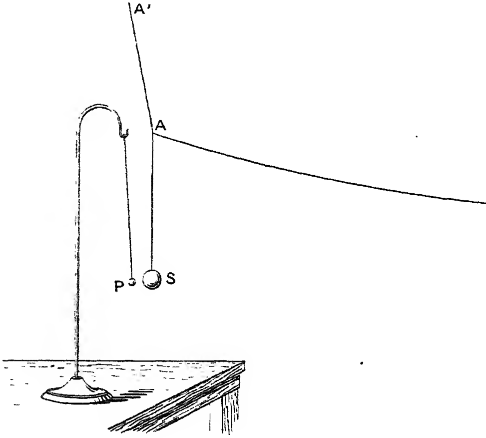
Parmi les corps non conducteurs, on peut citer le d'une façon générale, les corps solides transparents bie les substances de la chimie organique qui ne sont n ni des sels; en particulier, les carbures d'hydrogèn liquides, tels que l'essence de térébenthine, le pétrole

vitesse de la lumière; autrement dit, l'attrac
l'électrisation se propage, d'une extrémité à l'a
lique, au bout d'un temps t donné par la relatio

$$t = \frac{e}{v},$$

où e est la longueur du fil et v la vitesse d
conséquent, si l'on expérimente dans une sall
sions sont forcément très restreintes, la transmi
temps absolument inappréciable. Mais, si, a
tallique, on emploie un fil d'une substance vé
coton, toujours un peu humide dans les condi
durée de la transmission devient appréciable. Ai
sphère S et un cylindre métalliques (*fig.* 2), p

Fig. 2.



soutenu par des fils de soie (A'A, B'B) et si un

4. **Isoloirs**. — Lorsqu'un corps électrisé est mis en contact ave n autre corps non électrisé, il lui communique, comme nou avons vu, de l'électricité ; mais il perd en même temps une part e son pouvoir attractif : il n'attire plus avec la même force le orps légers. Il semble qu'il y ait eu une sorte de partage entre l orps primitivement électrisé et l'autre. Cette diminution de l'act ité se met facilement en évidence : deux sphères métalliques étan upportées par des tiges de verre, on électrise l'une d'elles en appant, par exemple, avec une peau de chat, et on l'approch 'un pendule électrique qui est attiré aussitôt. On met alors le eux sphères en contact, et l'on approche de nouveau la premièr phère du pendule; on constate une attraction plus faible. E utre, plus la deuxième sphère est grande et plus l'attraction e iminuée par le contact.

Pour la même raison, si l'on tient un corps conducteur avec nain et qu'on essaye de l'électriser, l'électricité se partage entr e conducteur et la Terre qui est en communication avec lui pa intermédiaire du corps de l'expérimentateur et, comme la Ter st énorme par rapport au conducteur, il ne reste sur celui- u'une quantité d'électricité incapable d'être manifestée. Si l'o père à l'intérieur d'une pièce fermée, il ne reste même absolumen ien, comme nous le démontrerons plus loin.

Si donc on veut maintenir l'électricité sur un corps conduc eur, il est indispensable de soutenir ce corps au moyen d'un ubstance non conductrice; d'où le nom d'*isolants* donné au orps mauvais conducteurs et le nom d'*isoloirs* donné aux sup orts qui en sont formés [1].

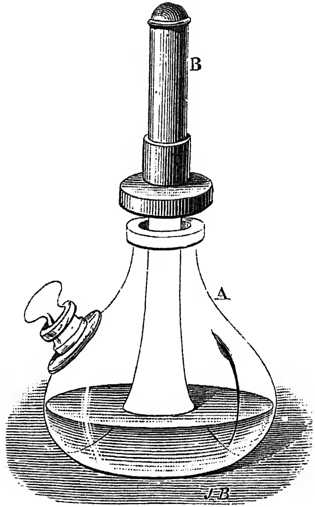
---

[1] Les expériences d'électrostatique présentent souvent quelque difficu ans leur exécution, et cela tient, presque toujours, aux mauvais isoloirs que l' mploie. Le verre est d'un usage fréquent; c'est une substance de compo

5. Étincelle électrique. — Nous avons v
se partage entre deux corps mis au contact.
peut encore se faire à distance par l'interméd

desséchée par de l'acide sulfurique concentré et bouilli.
prendre comme isoloir une bouteille de verre (*fig.* 3)

Fig. 3.



verse le goulot et supporte le plateau que l'on veut isoler,
une certaine quantité d'acide sulfurique. Un couvercle mét
de la tige et permet de fermer la bouteille lorsque l'on ne
but d'empêcher l'acide de se diluer et d'éviter le dépôt de
merait sur le verre et faciliterait encore l'absorption de la

Pour former des isoloirs, il est préférable d'employer l'é
stance facile à travailler et moins hygroscopique que le ve

Le soufre est un très bon isolant, mais il est trop fria
encore meilleure, mais elle n'est pas assez résistante; pou
emploie, comme isoloirs, des tiges de verre entourées par

haute température et par de la vapeur des substances surface des conducteurs; c'est un chemin conducteu sation par étincelle est donc un cas particulier de l' par contact.

6. **Tous les corps s'électrisent par frottement.** longtemps, on a cru que les corps conducteurs ne p électrisés par le frottement. En séparant en deux corps que l'on ne pouvait pas électriser par frottement l'on pouvait électriser ainsi, on avait obtenu, en ef classification qu'en séparant les corps en corps co non conducteurs.

Cette impossibilité d'électriser par frottement les c teurs provenait de ce que, ceux-ci étant tenus à l électricité se dispersait dans le sol. Si l'on suppo conducteur à l'aide d'un manche isolant, on const facile de l'électriser par frottement. Par exemple, un tallique, supportée par un pied de verre, manifeste tion lorsqu'on la frappe avec une peau de chat.

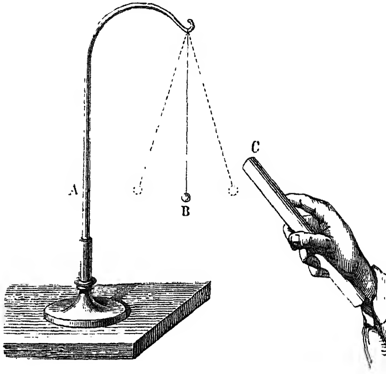
Ainsi, tous les corps s'électrisent par frottement.

7. **Répulsion électrique.** — En 1672, le physic Otto de Guéricke découvrit qu'un corps, après avoir contact un autre corps isolé, le repousse.

Voici comment il faisait l'expérience : Une sphè était traversée par un axe métallique qui pouvait to support; il mettait la sphère en rotation et appuyait un morceau de drap. La sphère ainsi électrisée était support et il s'en servait pour attirer des brins de dans l'air; il détachait alors, par une secousse, constatait qu'en en approchant la sphère celle-ci

est attiré et touche le corps, qui le repousse

Fig. 4.



8. **Deux espèces d'électricité.** — En 1733, le
du Fay mit en évidence un fait capital : il ex
d'électrisation des corps ; autrement dit, pour em
termes que précédemment, il y deux électricités

On peut montrer le phénomène de la façon suiv
avec un bâton de résine frotté au moyen d'une
pendule isolé ; après le contact, la résine repo
Au contraire, un bâton de verre frotté avec du d
dule. Les électricités développées sur la résine et su
donc pas les mêmes : il y a au moins deux électr

On peut faire l'expérience réciproque de la
électrise un pendule avec un bâton de verre frot
l'on en approche ensuite un bâton de résine frotté
chat, la résine attire ce deuxième pendule que l

Tous les corps essayés se comportent, soit
frottée avec une peau de chat, soit comme le ve
drap. On n'en trouve pas qui attirent à la fois l

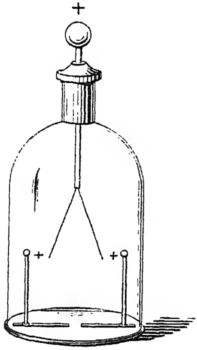
Il résulte de ce que nous venons d'exposer que deux cor
hargés de la même électricité se repoussent, tandis que deu
orps chargés d'électricités de noms contraires s'attirent.

La répulsion des corps chargés d'électricité de même nom pe
re mise en évidence de bien des façons. Ainsi, si l'on électri
n petit balai de papier, les brins, chargés évidemment d'électrici
e même nom, s'écartent les uns des autres.

On utilise cette répulsion pour reconnaître la présence
électricité sur un corps conducteur : on suspend à celui-ci d
oubles pendules dont les fils en lin, chanvre ou coton, toujou
n peu humides, conduisent l'électricité; quand le corps est éle
isé, les deux balles de sureau chargées d'électricité de même no
'écartent l'une de l'autre.

9. **Électroscope à feuilles d'or.** — L'*électroscope à feuill*
'or est fondé sur le même principe. Deux feuilles d'or battu tr
égères (*fig.* 5) sont suspendues à l'extrémité d'une tige métalliq

Fig. 5.



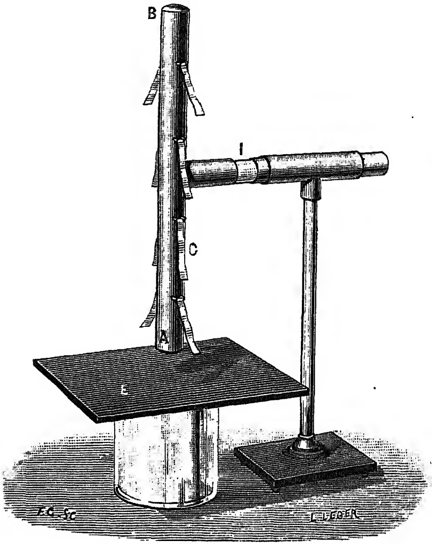
naintenue par une matière isolante (manchon d'ébonite, de p

10. Phénomènes d'influence. — Nous avons vu
tion d'un corps se produit par frottement, conta
il existe encore d'autres modes d'électrisation.

En 1753, le physicien anglais Canton mit en év
nomène, d'ailleurs entrevu antérieurement : on pe
corps conduteur en approchant de lui un corps éle
duire ni contact, ni étincelle ; c'est ce que l'on ap
par *influence*.

En approchant une plaque d'ébonite, frappée
peau de chat et par suite électrisée négativement
métallique vertical AB (*fig.* 6) isolé et muni de pe

Fig. 6.



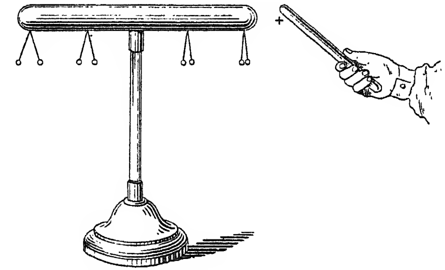
papier très léger, on voit ces bandes s'écarter d

peut encore montrer le phénomène en touchant le cylindre av
une petite sphère métallique isolée que l'on approche ensu
d'un pendule électrisé; la sphère forme pendant le contact
prolongement du cylindre, dont on détermine ensuite la natu
de l'électrisation.

C'est là un phénomène fondamental, en ce sens qu'aucu
éorie non hypothétique n'est capable de le prévoir.

Un autre phénomène, connu aussi sous le nom de *phénomè*
l'influence, diffère en apparence du précédent. Supposons u
ylindre allongé AB, électrisé et muni à ses extrémités de doubl
pendules (*fig.* 7); si l'on approche de ce système un cor

Fig. 7.



hargé d'électricité de même nom, on observe, par la divergenc
es doubles pendules, qu'il y a moins d'électricité dans la part
a plus voisine du corps électrisé et, au contraire, qu'il y en
vantage dans la région la plus éloignée. Il semble que l'élec
ricité s'est retirée de la première région pour s'accumuler ver
a seconde, comme si elle était chassée par le corps électrisé.

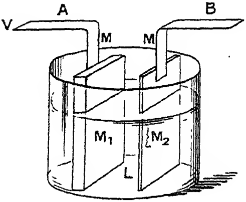
Si les deux corps sont chargés d'électricité de noms contraire
est l'inverse que l'on observe : l'électricité du cylindre semb

repoussent, deux électricités de noms contraires

11. Pile. — Nous indiquerons encore, avant d'
une autre manière d'obtenir l'électrisation d'u
l'emploi de la *pile*.

On appelle *élément de pile* un appareil cons
corps solides conducteurs, deux métaux par ex
dans un liquide conducteur tel qu'un acide ou un
tion dans l'eau (*fig.* 8). Aux deux conducteurs

Fig. 8.



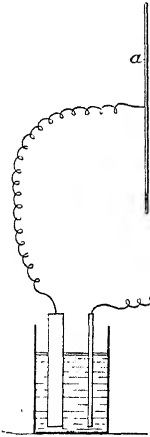
pelés *électrodes*, sont soudées deux pièces métal
nature, les *pôles* de la pile.

Souvent l'élément de pile contient deux liquide
perposés par ordre de densité ou séparés par une
dans chacun desquels plonge l'une des électrodes.
Daniell, formé par une lame de zinc plongeant d
tion de sulfate de zinc et une lame de cuivre plo
dissolution de sulfate de cuivre; l'un des liquides
un vase poreux immergé dans l'autre liquide.

On peut constater que si l'on fait communiq
d'un élément de pile, par un fil métallique, avec
talliques a, b (*fig.* 9), ayant leurs surfaces parall
sines, ces deux pièces possèdent des électricité

nais ne la touchant pas. Dès qu'on établit la communicatio
vec les pôles de la pile, il y a attraction de la feuille d'or. Pou

Fig. 9.

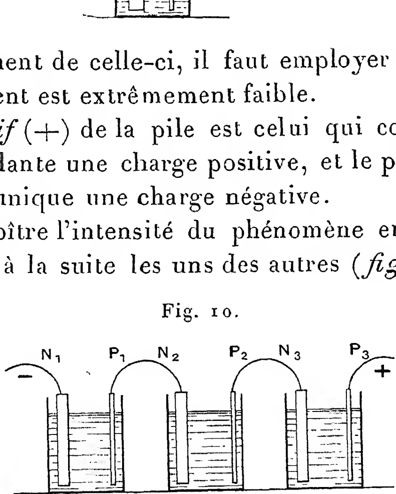


oir le déplacement de celle-ci, il faut employer un microscope
ar le déplacement est extrêmement faible.

Le pôle *positif* (+) de la pile est celui qui communique à
ame correspondante une charge positive, et le pôle *négatif* (−
elui qui communique une charge négative.

On peut accroître l'intensité du phénomène en disposant pl
ieurs éléments à la suite les uns des autres (*fig.* 10) et réuni

Fig. 10.



d'or est à peine perceptible; avec deux, trois, quatre
devient de plus en plus visible et l'attraction croît à p
portionnellement au carré du nombre des éléments. A
de quatre cents éléments disposés en tension, un sim
scope à feuilles d'or permet de montrer l'électrisati
lorsque l'un des pôles est au sol et l'autre relié à la bou
troscope.

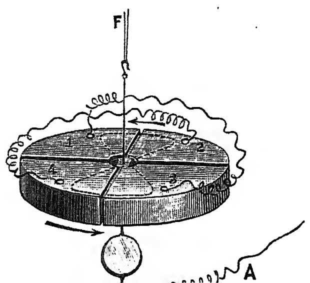
Ainsi, les piles sont des créateurs d'électricité; m
d'employer un grand nombre d'éléments, on ne peut
des électrisations très faibles.

Nous nous bornons pour le moment à ces notions
sur la pile; nous reviendrons plusieurs fois sur cet a
portant, pour compléter son étude.

12. Électromètre à quadrants. — Avant d'établir les
mentales de l'Électrostatique, nous allons donner une
sommaire d'un appareil, l'*électromètre à quadrants*,
ferons par la suite un usage fréquent.

Cet instrument a été imaginé par le physicien a
Kelvin, qui lui a donné à très peu près la forme sous
l'emploie aujourd'hui. Une boîte en métal (*fig.* 11),

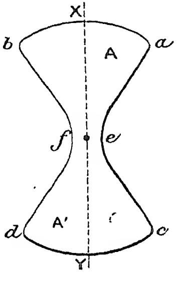
Fig. 11.



iamétraux, rectangulaires entre eux, de façon à former les qua
rants, d'où l'appareil a tiré son nom. Ces quadrants ne sont pa
n contact direct, ils sont séparés les uns des autres par un pet
ntervalle; les quadrants opposés, 1 et 3 d'une part, 2 et 4 d'autr
art, sont mis en communication au moyen d'un fil métallique
s sont supportés par des pièces isolantes (en paraffine dans l
nodèle de M. Boudréeaux que nous décrivons plus spécialement
raversées par des tiges métalliques qui permettent de les relie
lectriquement à des corps extérieurs.

A l'intérieur de la boîte formée par les quadrants, peut se mou
oir une lame mince de métal, généralement en aluminium pou
ui donner plus de légèreté; cette lame, à laquelle on a donné l
nom d'*aiguille*, comme à beaucoup de pièces mobiles des appa
eils de mesures électriques, a la forme de deux secteurs réun
par leurs sommets un peu élargis (*fig.* 12). L'aiguille est traverse

Fig. 12.



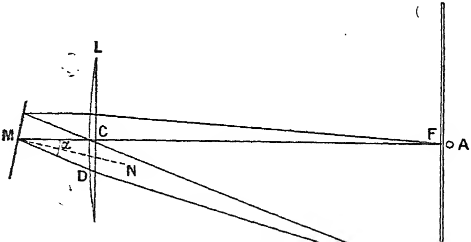
perpendiculairement à son plan par une tige métallique (*fig.* 1
qui est, par suite, verticale, lorsque la boîte cylindrique est di
posée horizontalement; cette tige sort de la boîte et est supportée
sa partie supérieure par un système de deux fils très fins forma
une suspension bifilaire. Les fils de cocon de cette suspension, dé

liquide conducteur qui sert à la mettre en communication élec-trique avec l'extérieur au moyen d'un fil C isolé de l'appareil e plongeant dans le liquide (*fig.* 11). L'extrémité de la tige es terminée par une palette P, une tige transversale, ou un anneau dont le déplacement, dans le liquide visqueux, produit un frotte-ment qui amortit les oscillations du système.

Si l'aiguille et les quadrants sont chargés d'électricité, il en résulte, en général, un couple qui dévie l'aiguille de sa position d'équilibre; le système bifilaire réagit alors et produit un couple opposé au précédent et qui augmente avec la déviation, jusqu'à ce que l'aiguille ait atteint une nouvelle position d'équilibre. Les déviations peuvent donc servir pour indiquer les charges.

Afin de mesurer avec précision ces petites déviations, on se ser d'un procédé dû à Lord Kelvin et qui est employé pour un grand nombre d'instruments. Il est fondé sur ce fait que, si un rayon lumineux fixe tombe sur un miroir mobile autour d'un axe perpendiculaire au plan d'incidence, la déviation du rayon réfléchi est égale au double de l'angle dont a tourné le miroir. Un écran opaque RR' est percé d'une petite fenêtre F, en travers de laquelle un fil fin est tendu (*fig.* 13). L'ouverture F ainsi réalisée

Fig. 13.



u centre optique de la lentille; le faisceau parallèle ainsi form
ombe sur le miroir M, se réfléchit et traverse de nouveau la len
lle pour converger en un point du plan focal où l'on a plac
ne règle divisée RR′. Il se forme ainsi dans ce plan une imag
éelle de la fenêtre, et la règle graduée RR′ sert à repérer la po
tion de l'image du fil. On mesure de la sorte la tangente d
ouble de l'angle de déviation; si les déviations sont faibles, o
eut confondre la tangente et l'arc : le déplacement linéaire l
ur la règle est en définitive proportionnel à l'angle de dévi
ion.

Afin de rendre ce dispositif pratique, la cage métallique q
nveloppe l'appareil est percée d'une ouverture munie de la len
ille L.

Pour se servir de l'électromètre, on réunit les quadrants pair
et 4, par exemple, au pôle positif d'une pile d'un très gran
ombre d'éléments; les quadrants impairs 1 et 3 sont reliés a
ôle négatif, et le milieu de la pile, qui doit contenir un nomb
air d'éléments, est mis en communication avec le sol. Si l'aiguil
st restée isolée elle ne quitte pas sa position d'équilibre; mais
lle est en communication métallique avec un corps électrisé,
açon à être elle-même électrisée, elle dévie de sa position d'équ
ibre et le *spot* (tache lumineuse produite par le miroir et cont
ant l'image du fil) se déplace sur l'échelle divisée.

Si la charge de l'aiguille est positive, elle tourne de façon
s'enfoncer dans l'intérieur des quadrants qui communiquent av
e pôle négatif de la pile; inversement, si l'électricité de l'aiguil
st négative, c'est vers les quadrants positifs qu'elle se déplace.

L'appareil présente une très grande sensibilité; si l'on met, p
exemple, l'aiguille en communication avec une sphère métalliq
isolée et si l'on appr che à une distance assez grande (deux

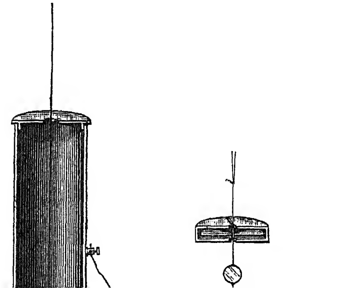
(jusqu'à une certaine limite toutefois), plus les fils s
chés, plus l'électromètre est sensible.

13. **Cylindre de Faraday.** — Il nous reste encore
appareil extrêmement simple, le *cylindre de Far*
l'emploi, combiné avec celui de l'électromètre, nou
dans la suite d'établir plusieurs des lois quantitatives
statique.

Le cylindre de Faraday est, en principe, une envel
lique de forme quelconque, présentant seulement un
pour permettre l'introduction de corps étrangers à l'
l'enceinte. On prend en général une enveloppe de f
drique qui est d'un emploi commode, et comme, d
c'est l'illustre physicien anglais Faraday qui, le pre
connaître ses propriétés, on a donné à cet apparei
cylindre de Faraday.

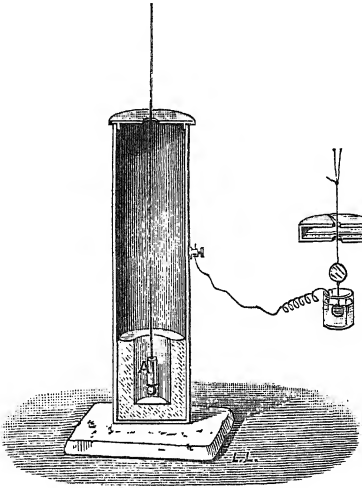
Supposons qu'un tel cylindre, bien isolé du sol, par
une plaque de paraffine, soit en communication méta
l'aiguille d'un électromètre (*fig.* 14). Le système du cy

Fig. 14.



ièce métallique fixée dans un morceau de paraffine suspendu à u
l de soie. Si le corps est chargé d'électricité positive, on vo
aiguille dévier dans le sens qui correspond aux charges positives
t, ce qui est le phénomène capital, une fois les oscillations arrê
ées, la déviation de l'aiguille reste absolument invariable, quell
ue soit la position occupée par le corps A à l'intérieur d
ylindre, pourvu qu'il ne soit pas au voisinage de l'ouverture. S
on fait l'expérience successivement avec deux corps charge
'électricités contraires, l'aiguille éprouve des déviations de sen
ontraires dans les deux cas. On peut sortir le corps électrisé d

Fig. 15.



ylindre et l'y remettre quelque temps après, l'aiguille reprend
nême position d'équilibre.

Le corps électrisé agit par influence sur le système formé p

la paroi du cylindre, la déviation reste absolument la mêm à la condition, bien entendu, que le corps interposé ne soit pa électrisé.

On peut vérifier expérimentalement ce fait de la façon suivante Au fond d'un cylindre de Faraday de dimensions convenables, o place un bloc de paraffine creux formant un cylindre à paroi épaisses (5^{cm} environ) (*fig.* 15). Lorsque le corps électrisé est la partie supérieure du cylindre de Faraday, quoique suffisammen distant de l'ouverture pour que la déviation ne soit pas altéré par le déplacement du corps, l'influence se fait principalement travers l'air. Quand on abaisse le corps dans la cavité du bloc d paraffine, c'est principalement à travers cette substance qu'il agit Dans les deux cas, la déviation de l'aiguille reste absolument l même. On observe même fixité de la déviation si l'on remplac le cylindre de paraffine par un cylindre métallique isolé ou nor de la paroi. Ainsi donc, le milieu intermédiaire est sans influenc sur la grandeur de la déviation.

Si l'on met un premier corps électrisé positivement dans le cylindre de Faraday, puis que l'on introduise un autre corps chargé d'électricité de même nom, on voit la déviation augmenter; la déviation définitive est indépendante des positions relatives des deux corps et de leur position dans le cylindre. On observe le même phénomène avec un plus grand nombre de corps : plus on introduit dans le cylindre de corps chargés d'électricité de même nom, plus la déviation de l'électromètre augmente.

Si, au contraire, après avoir introduit un corps chargé positivement, on ajoute un second corps chargé négativement, on voit toujours la déviation diminuer; elle peut même s'annuler ou changer de sens; en tout cas, elle éprouve toujours une diminution en valeur algébrique.

romètre; par définition, ces corps renferment des *quantit gales* d'électricité.

Si un corps B, chargé de la même électricité que les précédent roduit une déviation égale à celle que produisent deux des cor A_1 et A_2, introduits simultanément dans le cylindre, par défin ion, la quantité d'électricité de B est *double* de celle de chacu es corps A. De même, si un corps C, introduit seul et char oujours de la même électricité, produit même déviation q rois des corps A_1, A_2, A_3 introduits simultanément, la quanti 'électricité contenue dans C est *triple* de celle contenue da hacun des corps A. Et ainsi de suite : si un corps N, introdu eul, produit la même déviation que n corps A_1, ..., A_n introdui nsemble, la quantité d'électricité de N est n fois plus grande q elle d'un des corps A.

Cette notion de rapport entier entre deux quantités d'électrici ntraîne, comme on sait, celle des rapports fractionnaires ncommensurables.

Supposons maintenant qu'après avoir introduit dans le cylind le Faraday un corps A chargé d'électricité positive, et produisa ne certaine déviation, on introduise aussi un autre corps hargé d'électricité négative, et que la déviation primitive s'a ule : l'ensemble des deux charges ne produit pas de déviatio Par définition, la quantité d'électricité positive de A est égale a quantité d'électricité négative de A'. Cette définition est just iée par le fait que, si l'on introduit simultanément dans ylindre un corps B, dont la charge est positive et n fois égale elle de A, et un corps B', dont la charge est négative et n fo gale à celle de A', il n'en résulte encore aucune déviation.

Si l'on a choisi une quantité d'électricité pour *unité*, le cylind le Faraday permet la mesure des quantités d'électricité. En util

par exemple, comme unité la quantité d'électricité qu
une déviation de une division; si un corps introduit
lindre donne une déviation de 7,3 divisions, il contient u
d'électricité égale à 7,3.

Les expressions *masse électrique, charge électr*
synonymes de *quantité d'électricité.*

On est convenu de considérer comme des grandeu
les quantités d'électricité positive et comme des gran
tives les quantités d'électricité négative; c'est d'aille
convention que viennent les noms d'*électricité positi*
tricité négative, bien entendu.

L'expérience montre qu'en introduisant dans le
Faraday des quantités d'électricités quelconques, *on c*
déviation proportionnelle à la somme algébrique d
tités : ainsi, c'est cette somme qui est mesurée par l'a
On peut donner au cylindre telles dimensions que
par suite, on peut mesurer la charge de corps aussi
que l'on veut.

15. **Loi de la conservation de l'électricité.** — La p
quantitative de l'Électrostatique est la *loi de la conse*
l'électricité; voici son énoncé :

Quels que soient les phénomènes mécaniques,
chimiques ou vitaux qui se produisent dans un
corps quelconques parfaitement isolé de l'extérieu
algébrique des quantités d'électricités qu'il renfer
stante.

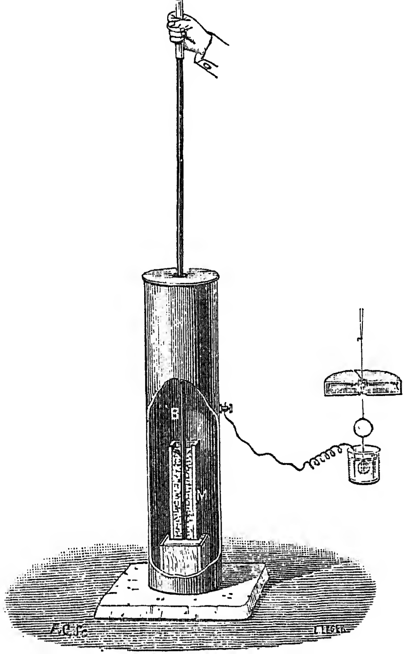
Ainsi, il est impossible de créer une certaine quanti
cité positive, sans créer simultanément une quantité é
tricité négative.

On peut, au moyen du cylindre de Faraday, vérifie

insi : On frotte l'un contre l'autre deux disques l'un recouver
e drap et l'autre de verre, en les prenant par des manche
solants; on constate, en les approchant ensuite successivemen
'un pendule électrisé, que le drap est chargé négativement e
e verre positivement.

Pour montrer que les deux électricités positive et négativ
ont produites en quantités égales on peut opérer ainsi qu'il suit
)n place dans le cylindre de Faraday (*fig.* 16) un vase de bois I

Fig. 16.



tité d'électricité négative de l'ébonite égale la quantité d'électricité positive du drap (1).

Parmi les autres modes d'électrisation, nous avons vu le contact avec un corps électrisé et l'influence. On peut constater que, dans les deux cas, la quantité totale d'électricité ne change pas. A cet effet, on introduit dans l'appareil de Faraday un cylindre isolé puis une sphère électrisée; quelle que soit la distance de la sphère au cylindre, la déviation de l'électromètre reste constante, indiquant que les quantités d'électricités positive et négative développées par influence sur le cylindre isolé sont égales. Elle reste encore constante si la sphère vient à toucher le cylindre isolé et lui communique une portion de son électricité.

Les phénomènes chimiques peuvent aussi créer de l'électricité et les quantités produites sont égales et de signes contraires. On sait que l'amadou et les corps combustibles qui produisent de la fumée en brûlant se chargent d'une électricité, tandis que la fumée se charge de l'autre électricité; or, si l'on fait brûler de l'amadou dans le cylindre de Faraday, on constate, à mesure que la fumée se dégage, qu'il se produit une-déviation qui va en augmentant et correspond à une charge positive. Si l'on ferme le cylindre de façon à empêcher la fumée de s'échapper, on n'observe pas de déviation.

La vérification de la création de charges égales et de signes contraires dans certains phénomènes vitaux n'a pas été essayée, mais e fait aucun doute. Elle serait facile à faire avec un poisson électrique, tel que la torpille placée dans le cylindre de Faraday.

16. Électricité de contact. — Couche électrique double. — Nous n'avons pas signalé plus tôt un mode de production d'électricité

l'autre de cuivre, dont les surfaces sont bien nettoyées, tous le deux désélectrisés : introduits successivement dans le cylindre d Faraday, ils ne produisent pas de déviation. Mettons alors le deux plateaux en contact, puis séparons-les normalement à leu plan de contact. Introduits séparément dans le cylindre d Faraday, ils produisent tous deux une déviation : le plateau d zinc est électrisé positivement, le plateau de cuivre négativemen

On peut donner une autre forme à l'expérience : Plaçons u plateau de cuivre dans le fond d'un cylindre de Faraday; pu posons sur le fond un disque de zinc désélectrisé : il n'y a aucun déviation. Soulevons légèrement le plateau de zinc pour faire cess le contact : aucune déviation ne se produit. Mais retirons le pla teau de zinc du cylindre; l'aiguille dévie, indiquant une charg négative. Cette expérience montre bien que, conformément à loi de la conservation de l'électricité, les charges électriques pris par le zinc et par le cuivre sont égales et de signes contraires.

Le phénomène n'est pas dû à la pression des surfaces en con tact, car, en faisant varier cette pression, il ne subit aucune mod fication. Il n'est pas dû davantage au frottement, car si l'on fa glisser les deux plateaux l'un contre l'autre pour les séparer, a lieu de les écarter normalement, on n'observe plus rien. Il y a plus on peut mettre les deux plateaux aussi près l'un de l'autre qu possible sans établir le contact, puis les faire communiquer p un fil métallique; quand on coupe la communication les plateau sont chargés; mais la charge est d'autant plus faible qu'ils so plus écartés, ce qui s'expliquera facilement quand nous aurons les condensateurs. Il faut donc admettre que les deux plateau sont électrisés, l'un positivement, l'autre négativement, quand i sont au contact; car ce n'est pas la séparation qui peut produi l'électrisation.

17. **L'électrisation par frottement peut être rattachée au phénomène de la couche double.** — La couche double existe au contact de tous les corps possibles, isolants ou non; le phénomène de l'électrisation par frottement s'explique dès lors aisément.

En effet, quand on frotte, par exemple, un bâton de résine avec un morceau de drap, une couche électrique double se produit au contact du drap et de la résine, la partie positive étant sur le drap, la partie négative sur la résine. Quand un des deux corps est isolant la charge de la couche double reste en place sur celui-ci après le contact; c'est ainsi que la résine se trouve électrisée négativement.

Cette explication nous fait très bien comprendre pourquoi la quantité d'électricité produite par le frottement est indépendante de la pression qu'exercent l'un sur l'autre les corps frottants et du nombre de frictions : pourvu que tous les points du corps isolant aient été en contact avec l'autre corps, on a le maximum d'électrisation.

Nous verrons plus loin, à propos des condensateurs, pourquoi, dans le cas de deux corps conducteurs, on n'obtient rien en les faisant glisser l'un sur l'autre et pourquoi, pour observer l'électrisation, il faut séparer bien normalement les plateaux.

CHAPITRE II.

PROPRIÉTÉS DU CHAMP ÉLECTRIQUE.

1. **Champ électrique.** — On appelle *champ électrique* un
égion de l'espace où se produisent des phénomènes électrique
t, pour préciser, où un petit corps électrisé A est soumis à un
orce électrique, force qui n'existerait pas si le corps A n'était pa
lectrisé.

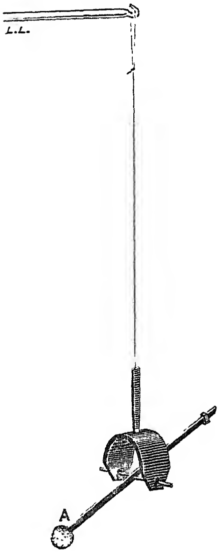
Un champ électrique est constitué par la présence d'un ou d
lusieurs corps électrisés.

En chaque point, le champ a une *valeur* que l'on défin
omme une grandeur dirigée, ou vecteur.

En un point du champ, plaçons un tout petit corps électris
ssez petit pour que l'on puisse négliger ses dimensions vis-à-v
les distances, c'est ce que nous appellerons un *point électris*
dmettons que, par un procédé quelconque, on puisse fixer
irection de la force électrique qui agit sur le point électrisé A
'expérience montrera que la direction de cette force est absolu
ment indépendante de la charge, de la nature de l'électricité et d
a nature de la substance du point A. On peut vérifier ce fait d
lifférentes façons. Par exemple, une légère balle de sureau A e
ixée à l'extrémité d'une petite tige iso ante d'éb nite (*fig.* 17

balle de sureau et plaçons le système en différents points d'un champ électrique, en chaque point la tige prend une direction fixe qui représente la direction de la force électrique. On peut

Fig. 17.



changer la nature de l'électrisation de A et la valeur de sa charge, on observe toujours la même direction en un même point.

Cette direction constante de la force électrique qui agit sur un point électrisé est ce qu'on appelle la *direction du champ* au point considéré.

Si l'on change le signe de l'électrisation de la balle A, le sens de la force change, mais la direction ne varie pas.

On appelle *sens du champ*, le sens de la force qui agit sur un point, lorsqu'il est électrisé positivement. La force électrique agi

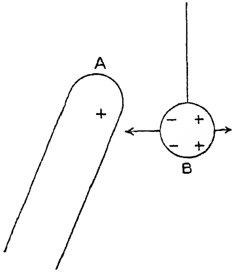
Plaçons successivement, en un même point du champ, diffé-
ents petits corps électrisés, après avoir mesuré leur charge élec-
rique; soient m_1, m_2, m_3, ... les valeurs de ces charges. Sup-
osons que l'on dispose d'un procédé de mesure des forces f_1, f
$_3$, ... qui agissent successivement sur chacun d'eux; on constat
lors que la force électrique est proportionnelle à la charge; on

$$\frac{f_1}{m_1} = \frac{f_2}{m_2} = \frac{f_3}{m_3} = \ldots;$$

e quotient de la force par la charge est indépendant de la charg
lu point électrisé, il ne dépend que du champ; c'est ce quotien
ui, par définition, est l'*intensité* φ *du champ* (1).

ène d'influence; un corps électrisé positivement A (*fig.* 18) développe sur u

Fig. 18.



etit corps B, primitivement non électrisé deux plages d'électricités de no
ontraires; la plus proche de A est négative, l'autre positive; il en résulte u
ttraction par A de la partie gauche de B et une répulsion de la partie droit
t, comme la première région est plus proche de A que la seconde, l'attracti
'emporte sur la répulsion. Mais plus le corps B est petit et plus les deux plag
'électricités contraires sont voisines, plus la différence des deux forces attracti
t répulsive, et par suite l'attraction, deviennent faibles. A la limite, pour
oint primitivement à l'état neutre, il n'y a pas d'attraction.

Voici l'une des manières les plus simples de mesurer les force $f_1, f_2, f_3, \ldots$: On prend un pendule électrique suffisamment pesan pour que le fil isolant soit bien tendu et que les déplacements soien toujours assez faibles pour permettre de confondre la tangente e le sinus de la déviation; on vise l'extrémité du fil avec une lunett munie d'un micromètre oculaire disposé horizontalement. S'il y a déviation du pendule sous l'action du champ, l'image du fil se déplace sur le micromètre; ce déplacement e est proportionnel à celui d du pendule, en supposant toutefois que celui du pendule ait toujours lieu dans la même direction.

Plaçons maintenant un pendule en une région de l'espace où il n'y a pas de champ électrique, soit m_1 la charge du pendule mesurée au moyen d'un cylindre de Faraday muni d'un électromètre gradué. Constituons ensuite le champ électrique en approchant différents corps électrisés de la région où se trouve le pendule; celui-ci est dévié; soit d_1 le déplacement de l'extrémité du fil. Modifions alors la charge du pendule, la déviation n'est plus la même, le déplacement devient d_2; évaluons la charge nouvelle du pendule en l'introduisant dans le cylindre de Faraday, soit m_2 sa valeur; l'expérience montre que

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{d_1}{d_2}.$$

Nous allons démontrer que cette égalité entraîne la proportionnalité des forces aux masses électriques. Soient A (*fig.* 19) la position du pendule quand aucune force n'agit sur lui, A′ sa position dans le champ; les forces qui agissent sur A′ sont, d'une part, son poids A′P, et, d'autre part, la force électrique A′F. Décomposons cette dernière en deux autres dirigées, l'une verticalement A′F′, et l'autre horizontalement A′F″ :

e prolongement du fil OA′. Si α est l'angle de déviation, on a dor

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{A'F''}{A'Q} = \frac{f\sin\omega}{P+f\cos\omega}.$$

)'autre part, en désignant par l la longueur du fil, on a

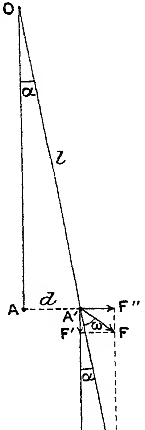
$$\sin\alpha = \frac{d}{l},$$

t, comme la déviation α est assez petite pour que l'on puis onfondre le sinus et la tangente,

$$\frac{d}{l} = \frac{f\sin\omega}{P+f\cos\omega};$$

' est très petit par rapport au poids P du pendule, puisque éviation est très faible; on ne commet donc, en quelque sort

Fig. 19.



précédentes :

$$\frac{d_1}{l} = \frac{f_1 \sin \omega}{P},$$

$$\frac{d_2}{l} = \frac{f_2 \sin \omega}{P},$$

ω est le même, puisque la direction du champ est indépendan de la charge du pendule; d'où l'on tire

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{f_1}{f_2};$$

par suite,

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{f_1}{f_2} \qquad \text{ou} \qquad \frac{f_1}{m_1} = \frac{f_2}{m_2}.$$

Si l'on répète l'expérience avec un pendule d'une autre sub stance, on trouve encore même valeur pour le rapport $\frac{m}{f}$.

Il résulte de la définition du champ que, si f est la force élec trique qui agit sur un point électrisé de charge m dans un cham d'intensité φ, on a

$$f = m\varphi,$$

et la force est dirigée dans le sens du champ si le point est élec trisé positivement, en sens contraire s'il est électrisé négativement

2. **Écrans électriques.** — Les expériences d'électrisation pa influence montrent que, lorsque l'on place un corps conducteu dans un champ électrique, il se développe de l'électricité sur c corps; inversement, la manifestation de cette électricité peu servir à déceler l'existence d'un champ électrique. En particulier l'électroscope à feuilles d'or est très commode pour cela : o constate, par la variation de l'écart des feuilles, que, en général

Sans toucher aux corps situés à l'intérieur de l'enceinte, de
laçons les corps extérieurs ou modifions leur charge électriqu
t nous constaterons que le champ n'a pas varié à l'intérieur :
hamp, à l'intérieur, est donc indépendant de l'état électriqu
xtérieur.

Réciproquement, si, laissant fixes les corps extérieurs, nou
nodifions d'une façon quelconque le système intérieur, le cham
xtérieur n'est pas altéré, à la condition, cette fois pourtant, qu
enceinte soit mise en communication avec le sol.

L'enveloppe conductrice forme donc un *écran électriqu*
arfait.

Ces propriétés pourraient faire croire que les phénomènes éle
iques ne peuvent pas se transmettre à travers les corps conduc
eurs. Il n'en est rien; le phénomène des écrans électriques e
û à la cause suivante :

Les corps électrisés qui se trouvent à l'intérieur de l'envelop
onductrice développent, par influence sur sa surface interne, de
harges qui, jointes aux charges intérieures, donnent un cham
lectrique nul en tout point du milieu extérieur. Réciproqu
nent, les corps électrisés extérieurs développent, par influen
ur la surface externe de l'enveloppe conductrice, des charg
lectriques qui, jointes aux charges extérieures, produisent u
hamp nul en tout point de l'intérieur de l'enveloppe.

Ce qui prouve qu'il en est bien ainsi, c'est qu'il faut, pour qu
enveloppe forme écran, que les charges par influence aient l
e temps de se produire, autrement dit, que l'état d'équilibre éle
rique soit atteint. Ce temps est inappréciable avec des envelopp
nétalliques; mais avec des enveloppes médiocrement conductrice
est appréciable : après une modification du champ extérieur,
hamp est modifié pendant quelques instants à l'intérieur de l'e

l'équilibre est trop court pour que les feuilles d'or puissent s'écarter. Mais si l'on dessèche ensuite la cloche de façon à la rendre très médiocrement conductrice, on observe, pendant le déplacement du corps électrisé, un écart des feuilles; lorsque le corps électrisé reste immobile, l'écart diminue puis disparaît, l'électricité développée par influence sur la cloche a eu le temps de prendre l'état d'équilibre.

On peut même électriser une enveloppe conductrice sans qu'il se produise de modification du champ intérieur. D'autre part, une enveloppe conductrice ne forme un écran électrique parfait que si elle est complètement close; mais, pratiquement, au degré de précision que comportent nos expériences, on peut faire de très grands trous dans l'enveloppe, la remplacer, par exemple, par un simple grillage, sans qu'elle cesse d'être efficace. On peut montrer ces deux propriétés à la fois par l'expérience suivante :

Un grillage métallique muni de pendules à l'extérieur et enveloppant un électroscope est mis en communication avec une forte machine électrique : on n'observe aucun déplacement des feuilles, tandis que les pendules extérieurs s'écartent violemment.

Cette expérience a été faite pour la première fois par Faraday. Il s'était placé lui-même à l'intérieur d'une cage reliée avec les plus puissantes machines de l'Association Britannique et dont on pouvait tirer à l'extérieur des étincelles de près d'un pied de longueur; Faraday n'éprouva aucun des effets caractérisques de l'électrisation du corps humain.

Les parois d'une salle, toujours un peu conductrices, forment écran électrique et protègent complètement l'intérieur contre les actions électriques extérieures; ...

ser entre un électroscope et un bâton d'ébonite électrisé un
laque conductrice tenue à la main, la déviation des feuilles ces
ur reparaître quand on retire la plaque.

3. **Conséquences des propriétés des écrans électriques.** — Nou
lons maintenant examiner quelques applications de la proprié
es écrans électriques.

Considérons une enceinte conductrice fermée; s'il n'y a aucu
orps électrisé, soit à l'intérieur, soit à l'extérieur, et si l'encein
lle-même n'est pas électrisée, le champ est nul partout. Électr
ons l'enceinte; plaçons des corps électrisés à l'extérieur; d'apr
e que nous avons vu précédemment, cela ne modifie en rien
hamp à l'intérieur de l'enceinte; il y reste donc nul. Par co
équent, la paroi intérieure n'est pas électrisée. Cette conséquenc
igoureusement vraie dans le cas d'une enceinte fermée, est enco
pproximativement vraie si elle présente une ouverture; don
touchant une partie quelconque de la paroi intérieure avec u
rps conducteur tenu par un manche isolant, ce corps ne do
as emporter d'électricité quand on le retire.

Ainsi, prenons un cylindre de cuivre électrisé et touchons
aroi intérieure à l'aide d'une boule d'épreuve [1]; puis porto
a boule dans un cylindre de Faraday; quoique l'ouverture de
remière cavité soit un peu grande, puisqu'elle est égale à la secti
u cylindre, on n'observe aucune déviation de l'aiguille de l'éle
·omètre: tandis que, si la boule a touché la paroi extérieure
ylindre électrisé, elle produit une déviation considérable. Cet
ropriété a été mentionnée par Coulomb; c'est une simple cons
uence du phénomène des écrans.

On peut électriser la boule d'épreuve avant de l'introduire da
enceinte; si elle touche la paroi interne, elle perd son électrici

ment de l'électricité à la surface de l'enceinte : il suffit de touche sa paroi interne avec un corps chargé de la même électricité quelque grande que soit la charge de l'enveloppe, quelque petit que soit celle du corps introduit, on augmente toujours ainsi l charge de l'enveloppe.

On peut montrer cet accroissement de la charge en prenant l cylindre de Faraday lui-même comme enveloppe; on touche alter nativement avec une sphère d'épreuve un conducteur électrisé e la paroi interne du cylindre; à chaque nouvelle introduction o voit la déviation de l'aiguille augmenter.

Il résulte de ce qui précède que, si un corps électrisé, placé l'intérieur d'une pièce, est mis en contact avec les parois, soit pa un conducteur, soit par le corps de l'expérimentateur, il doi perdre toute son électricité; celle-ci se répand à la surface exté rieure de la salle et, par suite, se disperse à la surface de la Terre

4. Cas d'une enceinte conductrice hétérogène. — A cause de phénomènes d'électricité de contact exposés Chapitre I^er^, n° 16 les propriétés que nous venons d'étudier ne sont absolumen rigoureuses que si l'enceinte est homogène. Si l'enceinte n'es pas homogène, le champ à l'intérieur n'est pas rigoureusemen nul, même quand il n'y a pas de corps électrisé à l'intérieur Si l'enceinte est homogène, lorsque l'on y introduit un corps e qu'on le met en contact avec la paroi, il ne sort désélectris complètement que s'il est exactement de la même nature que l'en ceinte; si l'on y introduit un corps de nature différente de façon qu'il touche la paroi, il sort chargé d'électricité. Par exemple, s dans un cylindre de Faraday en cuivre (ou en laiton), on a intro duit un disque de zinc électrisé positivement ou négativement, i en sortira presque désélectrisé, mais pas complètement; car i

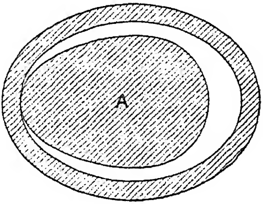
nais, dans ces conditions, la charge résiduelle est si faible qu'el
st absolument inappréciable avec les procédés les plus délicats.

Nous verrons pourtant plus loin l'utilité de la remarque faite
ête de ce paragraphe : en négligeant toujours les effets dus
hétérogénéité des conducteurs, on arriverait à ne plus pouvo
xpliquer des phénomènes de la plus grande importance.

5. **Électrisation superficielle des conducteurs homogènes.** —
ésulte de ce qui précède, comme nous allons le voir, qu'un cor
onducteur homogène ne peut être électrisé qu'à la surface et qu
'y a pas d'électricité à son intérieur, en état d'équilibre électriqu

A l'intérieur d'une enceinte conductrice homogène, en équ
bre électrique, le champ est nul. Supposons qu'elle renferm
n corps conducteur A de même nature et qui la touche en
oint (*fig.* 20), il n'y a encore rien d'électrisé à l'intérieur
nceinte, et cela est vrai quelle que soit la grandeur de A. Il
st donc encore ainsi lorsque A remplit toute la cavité. Si l'o
nlève l'enveloppe, on doit laisser le corps A non électrisé, quar

Fig. 20.

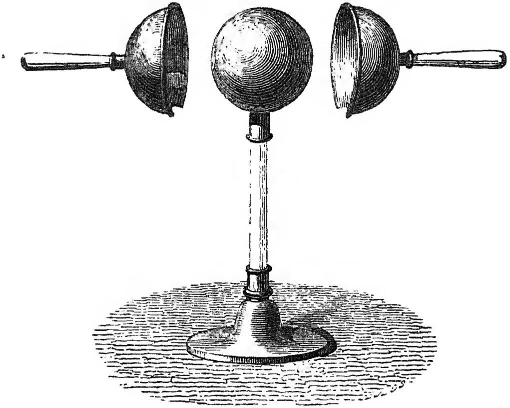


nême il l'eût été avant son introduction, du moment qu'il
ouché la paroi interne.

La vérification expérimentale se fait à l'aide d'une sphère m
allique supportée par un pied isolant et de deux hémisphères c

Ainsi, étant donné un corps conducteur électrisé, si l'on enlève la pellicule superficielle, elle emporte toute l'électricité; si l'on enlève ensuite une deuxième pellicule, celle-ci n'emportera plus

Fig. 21.



rien et il en sera de même pour toutes les couches successives en lesquelles on pourrait décomposer le conducteur : *l'électricité à l'état d'équilibre est répartie à la surface des conducteurs.*

Nous ne savons pas quelle est l'épaisseur de la couche dans laquelle l'électricité est localisée à la surface d'un conducteur; cette épaisseur est certainement inférieure au dixième de millimètre; certaines expériences semblent même montrer qu'elle est inférieure à un millième de millimètre. En tous cas, la couche électrisée est extrêmement mince.

Remarquons que ce n'est que dans le cas d'un conducteur homogène qu'il y a absence totale d'électricité à l'intérieur. S'il s'agit d'un corps formé de cuivre et de zinc, il n'y a pas d'électri-

On pourrait objecter que l'on constate l'existence d'un cham
ectrique à l'aide de la déviation d'un pendule électrisé et qu'o
e peut introduire ce pendule à l'intérieur d'un corps solide
ue, même si le corps conducteur est liquide comme le mercur
pendule est alors presque instantanément désélectrisé au mo
ent de son introduction.

Mais remarquons qu'il n'y a pas de démarcation nette entre le
nducteurs et les isolants. Considérons d'abord un corps isolan
l que l'air, on peut y maintenir un pendule électrisé et vo
action qu'il subit; il n'y a donc pas de difficulté dans ce cas pou
ettre le champ en évidence. Prenons un corps un peu plus con
ucteur, l'huile de pétrole, par exemple; le pendule s'y maintie
ectrisé pendant quelque temps ; si l'on vient à perturber le cham
n déplaçant des corps électrisés avoisinants, ou en électrisa
huile, on constate l'existence du champ; si l'on attend un ce
in temps, on n'observe plus rien, le pendule étant désélectrisé
vec un corps meilleur conducteur, tel que l'alcool, il faudra
ouvoir faire l'expérience extrêmement vite pour constater
hamp, et si cela devient matériellement impossible avec des corp
core plus conducteurs, comme l'eau acidulée ou le mercure,
'est qu'à cause du défaut de rapidité de nos moyens d'investig
ons, et l'on ne conçoit pas moins l'existence possible d'un cham
lectrique à l'intérieur d'un corps conducteur. Dire que le cham
t nul à l'intérieur d'un corps conducteur homogène en ét
'équilibre a donc un sens parfaitement intelligible.

Si le conducteur est hétérogène, dans un espace très restreint d
art et d'autre de la surface de séparation de deux parties d
ature différente, là où existe la couche électrique double, rie
e nous autorise à dire que le champ électrique est nul. Bien a
ontraire, il est fort probable *a priori* que la couche double e

bien se disperse et disparaît si l'enceinte est en communication avec le sol.

D'une façon générale, si l'on introduit dans l'enceinte différents corps électrisés, il se développe par influence sur la surface interne de celle-ci des couches électriques. Nous allons démontrer par l'expérience que :

Quels que soient les corps conducteurs qui constituent l'enceinte, quels que soient les corps qui y sont introduits, la quantité d'électricité qui se développe sur la paroi interne est égale et de signe contraire à la somme algébrique des quantités d'électricité renfermées dans la cavité.

Autrement dit, si M est la somme des quantités d'électricité développées par influence sur la paroi interne de l'enceinte et M' la somme algébrique des charges des corps placés dans celle-ci, on a

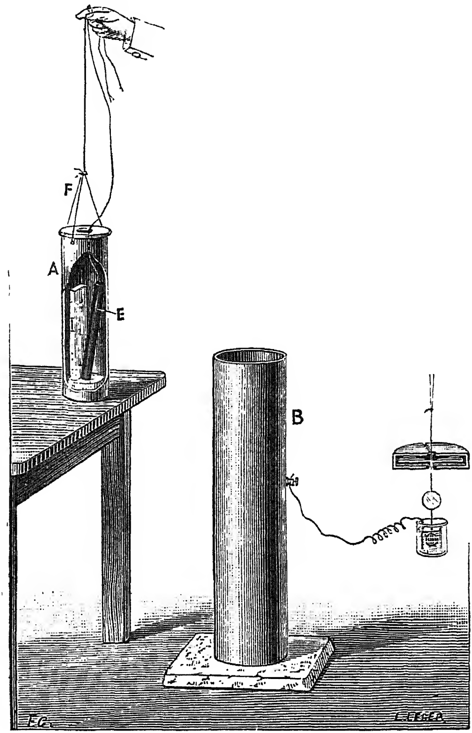
$$M + M' = 0.$$

Par conséquent, si, dans l'épaisseur du métal qui forme l'enceinte, nous imaginons une surface fermée, la somme des quantités d'électricité situées à son intérieur est nulle; la loi est générale, elle est vraie que l'enceinte soit ou non homogène. Nous l'appellerons la *loi de Faraday*.

La vérification expérimentale peut se faire de la façon suivante. Comme enveloppe, prenons un cylindre non isolé A (*fig.* 22) dont le couvercle est percé d'un petit trou; nous mettons à l'intérieur différents corps I isolants ou non, mais non électrisés; puis nous introduisons un bâton d'ébonite E électrisé de manière qu'il reste isolé. L'extérieur du cylindre A étant en communication avec le sol ne possède pas de charge. Portons le tout dans le cylindre de Faraday B; nous n'observons aucun signe d'électrisation : la charge négative du bâton est exactement compensée par la charge positive

Au lieu d'un seul corps électrisé on peut introduire plusieu

Fig. 22.



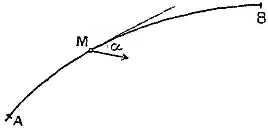
orps électrisés, l'expérience faite comme ci-dessus montre que
oi de Faraday est toujours vérifiée.

8. **Potentiel.** — La notion du *potentiel* a été introduite dan
a Science depuis assez peu de temps; mais elle y joue un rô

petite d'électricité ne peut que modifier infiniment peu le champ
Nous nous placerons aussi toujours dans le cas où le mouvement du point électrisé n'entraîne aucune modification chimiqu du système ([1]), ce qui est toujours possible.

Si un point M possédant une charge électrique constante s déplace d'un point A à un point B (*fig.* 23), la force électriqu

Fig. 23.



qui agit sur lui accomplit un certain travail; supposons cette forc électrique exactement équilibrée à tout instant par une force exté rieure, de nature quelconque; le système formé par les corp électrisés qui produisent le champ et par le point M met en je un certain travail.

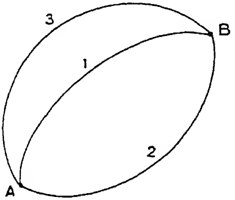
Ceci posé, nous allons d'abord considérer le cas où tout le sys tème est à la même température.

Si le point électrisé, après avoir voyagé dans l'espace, revient son point de départ, la transformation éprouvée par le système qui est réversible dans le sens qu'on attache à ce mot en Thermo dynamique, est fermée, c'est-à-dire que l'état initial et l'état fina sont identiques, et, par conséquent, que l'énergie du système es redevenue la même. Or, si un système éprouve à températur uniforme une transformation réversible fermée, les principes d la Thermodynamique montrent que le travail des forces exté rieures est nul. Ce travail se réduit ici au travail de la forc extérieure équilibrant la force électrique agissant sur M; par con séquent, le travail de cette force électrique, toujours égal et d signe contraire à celui de la force extérieure, est ...

ons que cette propriété subsiste encore quand les différent
arties du système ne sont pas à la même température; cette e
ension ne nous amènera jamais à une contradiction avec l'exp
ience.

Il résulte de ce qui précède que, si le point mobile M se dépla
e A en B, le travail W de la force électrique est indépenda
u chemin parcouru. En effet, supposons que le chemin suivi a
our trajectoire la courbe 1 (*fig.* 24), et soit W_1 le travail de

Fig. 24.



orce électrique. Ramenons le point en A par un chemin que
onque 2; soit W_2 le travail. Le point électrisé étant parti d
oint A et étant revenu au même point, le travail total est nu
n a donc

$$W_1 + W_2 = 0 \qquad \text{ou} \qquad W_1 = -W_2.$$

Faisons maintenant mouvoir le point électrisé de A en B su
ant une nouvelle trajectoire 3, puis ramenons-le en A par
hemin 2; nous avons encore, en appelant W_3 le travail de
orce électrique le long de la trajectoire 3,

$$W_3 = -W_2,$$

t par conséquent

$$W_3 = W_1.$$

travail dW, accompli par la force dans un déplacement de, est

$$dW = m\varphi \cos\alpha\, de;$$

on a donc

$$\frac{dW}{m} = \varphi \cos\alpha\, de.$$

Considérons un autre point possédant une charge m', de mêm signe, et se déplaçant sur la même trajectoire, on a de même

$$\frac{dW'}{m'} = \varphi \cos\alpha\, de,$$

et, par suite,

$$\frac{dW}{m} = \frac{dW'}{m'}.$$

Si la charge m' n'était pas de même signe que la charge m l sens de la force serait changé et α serait remplacé par son supplé ment; par suite, $\cos\alpha$ et dW' changeraient de signe, comme m' et l'on aurait encore la même relation. En intégrant le long de l trajectoire, on a

$$\frac{W}{m} = \frac{W'}{m'}.$$

Le quotient du travail de la force électrique par la quantit d'électricité du point mobile est donc indépendant du chemi parcouru et de la charge du point électrisé, il ne dépend que de deux points A et B.

Ce qui précède nous amène à la définition du potentiel. Consi dérons un point fixe O comme origine et un point A du champ un point chargé d'une quantité m d'électricité positive va de A en O par un chemin quelconque; la force électrique produit u certain travail W; le quotient $\frac{W}{m}$, qui ne dépend que de la posi tion du point A dans le champ, est, par définition, le *potentie*

e travail total accompli pendant le déplacement de A_1 en O, on

$$W_1 = \varpi + W_2,$$

'où, en divisant par la charge m du point M,

$$\frac{W_1}{m} = \frac{\varpi}{m} + \frac{W_2}{m};$$

$\frac{W_1}{m}$ est le potentiel V_1 du point A_1, $\frac{W_2}{m}$ le potentiel V_2 du point A

n a donc

$$V_1 = \frac{\varpi}{m} + V_2,$$

'où

$$\varpi = m(V_1 - V_2). \tag{1}$$

Ainsi, le travail accompli par la force électrique agissant sur u oint électrisé qui se déplace du point A_1 au point A_2 s'obtient e nultipliant la charge du point mobile par l'excès du potentiel c oint de départ sur celui du point d'arrivée.

On voit immédiatement que la relation (1) reste exacte si harge m est négative.

Comme le travail de la force agissant sur le point M se dépl ant du point A_1 au point A_2 est indépendant de la position c oint O choisi comme origine, d'après la relation (1) la différen e potentiel $V_1 - V_2$ entre deux points du champ ne dépend p e cette origine O.

9. Potentiel à l'intérieur d'un conducteur homogène. — App uons la relation précédente aux différents points d'un condu eur homogène en équilibre électrique, électrisé ou non. Po ela, faisons voyager à son intérieur un point M chargé d'u

entraine

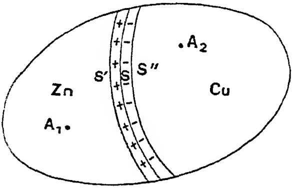
$$V_1 = V_2,$$

V_1 et V_2 étant les potentiels de deux points quelconques à l'inté-rieur du conducteur, on voit que *le potentiel est le même en tous les points à l'intérieur d'un conducteur homogène en équilibre électrique*. Ce n'est qu'à partir de la surface que le point M peut se trouver dans un champ électrique, que le travail peut n'être plus nul et que le potentiel peut varier.

La proposition précédente n'est plus exacte si le conducteur n'est pas en équilibre électrique; dans ce cas, le champ n'est pas constamment nul à l'intérieur du conducteur et la démonstration est en défaut.

10. **Différence de potentiel entre deux conducteurs de nature différente au contact.** — Lorsque le conducteur n'est pas homogène, même s'il est en équilibre électrique, le potentiel n'est pas forcément le même en tous ses points. Supposons un conducteur formé de deux parties homogènes juxtaposées, du zinc et du cuivre, par exemple. A la surface S de séparation (*fig.* 25), il y a

Fig. 25.

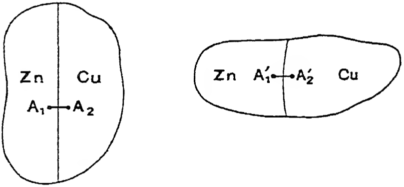


une couche double d'électricité, négative du côté du cuivre et positive du côté du zinc, comprise entre deux surfaces parallèles S' et S'' qui sont excessivement voisines. Tous les points du zinc

pas nul dans la relation $v = m(V_1 - V_2)$, donc V_1 est différe de V_2. Ainsi il peut y avoir une différence de potentiel entre inc et le cuivre. Nous allons voir, un peu plus loin (n° 11 omment le phénomène présenté par les piles montre qu'effect ement une différence de potentiel existe, en général, entre deu onducteurs de nature différente en contact.

Cette différence de potentiel entre deux conducteurs en conta e peut dépendre que de la nature chimique et physique des deu orps (en entendant par *nature physique* : la température, l'ét olide ou liquide, etc.); c'est une constante, indépendante étendue de la surface de contact, de l'électrisation des condu eurs et des corps environnants. Considérons, en effet, de onducteurs mixtes formés chacun de zinc et de cuivre, p xemple, placés dans un champ électrique (*fig.* 26). La surfa

Fig. 26.



es conducteurs forme un écran électrique parfait, le champ int ieur est donc absolument indépendant des charges extérieures e celles qui se trouvent sur la surface externe du conducte nsidéré. Prenons alors deux points A_1, A_2, dans l'un, A''_1, A ans l'autre, de part et d'autre de la surface de séparation et occ ant les mêmes positions relativement à cette surface dans l eux corps ; nous les supposons assez près pour négliger leur di ance vis-à-vis des rayons de courbure de la surface de séparatio u zinc et du cuivre. Sur les lignes droites $A_1 A_2$ et $A'_1 A'_2$ l

très faible; peu importe, d'ailleurs, pour le moment; tal, c'est qu'elle est constante. On emploie un symbol pour représenter cette constante : soient A et B les de teurs, V_A et V_B leurs potentiels; on convient de re différence $V_B - V_A$ par le symbole A | B. Si le potent plus élevé que celui de A, A | B est positif; ainsi Cu | Z parce que, dans le cas du zinc et du cuivre au cont zinc qui a le potentiel le plus élevé. Il résulte de cette que, si l'on change l'ordre des termes, on change le grandeur sans modifier sa valeur absolue, c'est-à-dire

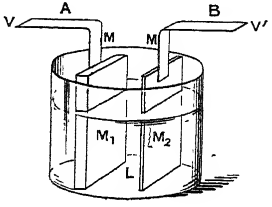
$$A \mid B = - B \mid A.$$

11. Différence de potentiel entre les deux pôles d'u Nous allons faire l'application des résultats précéden électriques dont nous avons donné plus haut (Chap. I définition.

Les deux pôles d'une pile, qui sont des métaux nature soudés à chacune des électrodes, sont réunis p de conducteurs. A l'intérieur de chacun d'eux, le pote même; mais il peut varier lorsque l'on passe de l'un à

Soient M (*fig.* 27) le métal commun des deux pôles

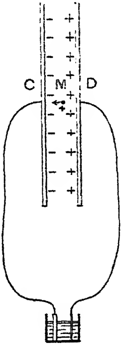
Fig. 27.



tière de l'électrode communiquant avec A, M_2 celle de

Nous allons voir que cette différence de potentiel $V' - V$ entr
s deux pôles d'une pile n'est pas nulle. Pour cela, supposons le
ôles en communication par un fil métallique avec deux plateau
iétalliques de même nature C, D, parallèles et très rapproché
fig. 28). Nous avons vu que ces plateaux s'attirent et nou

Fig. 28.



vons conclu de là que l'un, D, est chargé d'électricité positive
'autre, C, d'électricité négative. Les deux plateaux sont de mên
nature; s'ils sont, en outre, de même nature que les pôles, le
différence de potentiel est la même que celle des pôles; s'ils so
le nature différente, il y a même variation de potentiel de chaqu
côté lorsqu'on passe du pôle au plateau correspondant et, p
suite, la différence de potentiel des deux plateaux est encore
même que celle des pôles.

Supposons un point électrisé M dans l'intervalle des deux pl
teaux; quelle que soit sa position, s'il est chargé positivement,
est repoussé par D et attiré par C; si donc il voyage de la surfa
D à la surface C, la force électrique agit dans le sens du déplac

ment, *pôle négatif,* l'autre; on voit donc que *le pôle positif e.* *à un potentiel plus élevé que le pôle négatif.*

Cette différence de potentiel qui existe entre les pôles d'un pile en équilibre électrique a reçu le nom de *force électromo-trice* de la pile.

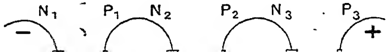
Chacun des termes du second membre de la relation (1) ne dé-pendant que de la nature des deux conducteurs au contact, o voit que la force électromotrice $V' - V$ ne dépend que de la na-ture des matériaux qui constituent la pile, et ne dépend pas de l distance et des dimensions des électrodes ou des pôles : c'est un quantité constante pour tous les éléments de pile formés de mêmes substances.

Nous voyons aussi que $V' - V$ n'étant pas nul, il faut que le termes du second membre de la relation (1) ne soient pas tou nuls : en général, *la différence de potentiel de deux conduc-teurs différents au contact n'est pas nulle.*

Comme cette différence de potentiel serait nulle si, dans l'inté-rieur de la couche électrique double, le champ électrique étai constamment nul n° (10), il en résulte qu'en général *le champ électrique n'est pas nul à l'intérieur de la couche électriqu double de la surface de séparation de deux conducteurs d nature différente au contact.*

Considérons plusieurs éléments de pile associés en tensio (Chap. I, n° 11), c'est-à-dire tels que le pôle positif de chacu soit relié au pôle négatif du suivant, et supposons tous les pôle de même nature. Soit V le potentiel de N_1 (*fig.* 29), pôle né-

Fig. 29.



rice de cet élément, le potentiel de son pôle positif P_2 est égal elui du pôle négatif augmenté de e_2, c'est-à-dire $V + e_1 + e_2$. insi de suite. Le potentiel V' du pôle positif libre du derni lément est donc

$$V' = V + e_1 + e_2 + \ldots + e_n,$$

l'où

$$V' - V = e_1 + e_2 + \ldots + e_n; \tag{2}$$

e_1, e_2, ... sont positifs, donc le potentiel du pôle positif du de nier élément est supérieur à celui du pôle positif du premier. I force électromotrice totale $E = V' - V$ est égale à la somme d forces électromotrices de chacun des éléments associés. Si, e particulier, tous ces éléments sont identiques entre eux comn omposition, on a

$$e_1 = e_2 = \ldots = e_n,$$

l'où

$$E = ne. \tag{3}$$

Cette propriété est d'une grande importance; elle montre qu vec des éléments de pile identiques associés en tension, on pe voir entre les pôles extrêmes des différences de potentiel croi ant comme les nombres entiers. De là, un moyen d'avoir u chelle des différences de potentiel.

12. Mesure relative des différences de potentiel. — Nous allo oir que l'électromètre à quadrants permet de mesurer les diff ences de potentiel d'une même substance. Comme nous l'avo ndiqué, pour se servir de l'instrument il faut faire commun uer les quadrants pairs avec le pôle positif d'une pile d'un gra ombre d'éléments, les quadrants impairs avec le pôle négatif e milieu de la pile avec le sol. A cause des différences de pote

avec une autre plaque de laiton à un potentiel V, el
potentiel $V + a$. Si elle communique successivement
rents objets de même substance, son potentiel varie co
des objets eux-mêmes.

En particulier, mettons l'aiguille successivement en
cation avec les différents pôles d'une pile formée d'élé
tiques, de force électromotrice e, associés en tension
des pôles extrêmes est au sol et l'autre isolé. Le spot d
miroir de l'électromètre s'avance chaque fois que l'on
de e l'excès de potentiel de l'aiguille sur celui du sol. S
cède en sens inverse, le spot se déplace en sens cont
que les déviations de l'aiguille sont faibles, on const
quantité dont se déplace le spot est la même pour ch
tion égale à e : les déviations sont alors proportionnel
riations de potentiel de l'aiguille.

Cette propriété que la variation de l'aiguille dépend
tion de potentiel des corps de même nature mis en co
elle étant constatée, l'appareil permet de mettre en é
variations de potentiel que subit un même corps ou de
même substance. On peut prendre, par exemple, co
relative de différence de potentiel, la force électro
l'élément Volta, formé de zinc, cuivre et eau acidulé
priété que possède l'instrument de donner des déviatio
tionnelles aux différences de potentiel, quand celles-ci s
facilite son emploi.

L'électromètre permet de vérifier que la force éle
d'un élément ne dépend ni de l'écartement des élect
leurs dimensions, tandis qu'elle dépend de la nature de
ou du liquide.

les différences de potentiel au contact, on a, identiquement, e
ppelant V et V′ les potentiels des métaux extrêmes,

$$V'-V = M_1 \mid M_2 + M_2 \mid M_3 + M_3 \mid M_4 + \ldots + M_{n-1} \mid M_n;$$

a loi des tensions de Volta s'exprime alors par

$$(1) \qquad M_1 \mid M_2 + M_2 \mid M_3 + M_3 \mid M_4 + \ldots + M_{n-1} \mid M_n = M_1 \mid M_n.$$

t comme on sait que

$$M_1 \mid M_n = - M_n \mid M_1,$$

n a

$$(2) \qquad M_1 \mid M_2 + \ldots + M_{n-1} \mid M_n + M_n \mid M_1 = 0;$$

a différence de potentiel entre deux métaux de même natu erminant une chaîne de métaux quelconques à la même ten ·érature est nulle.

Ce second énoncé de la loi est identique au premier, car si elation (2) est toujours exacte, il en est de même de la relation (1

On démontre expérimentalement la loi de Volta en metta aiguille de l'électromètre successivement en contact avec l eux extrémités d'une chaîne terminée par des métaux identique n constate que la déviation de l'aiguille reste la même.

La loi de Volta est vraie pour les métaux, qu'ils soient simpl u composés (alliages). Il y a, en outre, un assez grand nombre c ubstances conductrices qui obéissent à cette loi : le carbone, ellure, la pyrite de fer et, d'une manière générale, tous les co ucteurs qui ne sont pas de la nature des sels ou des acides. A ontraire, si l'on intercale dans la chaîne des conducteurs, te ue des sels fondus ou dissous, ou bien des acides, les condu eurs extrêmes ne présentent plus, en général, la même diff

formée de pièces de fer et d'un alliage de zinc et d'antimoine alternativement soudées les unes aux autres; si l'on chauffe les soudures paires, en laissant froides les soudures impaires, l'électromètre permet de constater une différence de potentiel entre les deux métaux de même nature qui terminent la chaîne, et que l'on appelle les *pôles* de la pile thermo-électrique.

La loi des tensions de Volta présente de très nombreuses applications. Elle permet de démontrer immédiatement que la force électromotrice d'un élément est indépendante de la nature des pôles.

On a, en effet, pour l'expression de la force électromotrice de la pile (n° 11), en fonction des différences de potentiel au contact

$$e = M \mid M_1 + M_1 \mid L + L \mid M_2 + M_2 \mid M;$$

mais, d'après la loi de Volta (1),

$$M_2 \mid M + M \mid M_1 = M_2 \mid M_1,$$

d'où

$$e = M_1 \mid L + L \mid M_2 + M_2 \mid M_1;$$

on voit que le métal M qui constitue les pôles n'entre plus dans l'expression de la force électromotrice.

Dans une pile montée en tension, nous avons supposé que les pôles de tous les éléments sont de même nature; si cette condition n'est pas remplie, la pile conserve néanmoins la même force électromotrice, c'est-à-dire la même différence de potentiel entre les pôles extrêmes, supposés toujours de même nature. En effet, la différence de potentiel de deux électrodes consécutives reste la même quelle que soit la nature des métaux qui les relient entre

n contact avec B, il prend le potentiel

$$V_2 = V' + B \mid L,$$

'où

$$V_1 - V_2 = V - V' - A \mid L - B \mid L.$$

Si les corps A et B ainsi que le fil L sont des métaux, on a

$$A \mid L - B \mid L = A \mid L + L \mid B = A \mid B,$$

'où

$$V_1 - V_2 = V - V' - A \mid B;$$

'aiguille indique $V_1 - V_2$ qui n'est pas égal à la différence che hée $V - V'$. Prenons, par exemple, une lame mi-partie zin ni-partie cuivre; l'aiguille indique la même déviation, que le nétallique, qui aboutit à celle-ci, communique par son autre e rémité avec le zinc ou avec le cuivre, puisque, en définitive, communique toujours avec le cuivre, soit par l'intermédiaire d inc, soit directement.

14. **Vérification de l'égalité de potentiel aux divers points d'u onducteur homogène.** — Nous pouvons maintenant vérifier exp imentalement que le potentiel est le même en tous les points intérieur d'un corps conducteur homogène en équilibre éle rique.

En tenant par un long manche d'ébonite l'extrémité d'un nétallique aboutissant à l'électromètre, on promène celle-ci su a surface d'un conducteur électrisé; l'aiguille ne se déplace pa orsque le point de contact varie [1].

On peut aussi mettre un point quelconque d'un conducteu iquide en communication avec l'extrémité du fil aboutissant aiguille, sans que la position de celle-ci varie s'il y a équilib

différents), on constate par le même moyen que le po
d'un point à l'autre du liquide.

15. Analogie du potentiel et de la température. —
analogie remarquable entre le potentiel et la températ
l'électromètre et le thermomètre. Considérons, er
masse de liquide dans laquelle plonge un thermomè
tion de l'indication du thermomètre peut nous faire
quantité de chaleur qu'il a reçue ainsi que la variatio
pérature. Mais, tandis que la quantité de chaleur reçue
momètre n'a pas de relation simple avec la quantité
liquide, la variation de la température du thermomè
à la variation de température du liquide. D'une maniè
l'électromètre mis en communication avec un cond
nous faire connaître soit la quantité d'électricité qu'
guille, soit la variation de son potentiel. Mais, tandis
tité d'électricité reçue par l'aiguille n'a aucune relation
la quantité d'électricité reçue par le conducteur qui c
avec elle, la variation de potentiel de l'aiguille est éga
tion de potentiel du conducteur.

16. Surfaces équipotentielles. — En général, le po
pas le même en deux points différents quelconques
cependant, on peut trouver un nombre infini de p
sur une même surface et ayant même potentiel : une
est dite *surface équipotentielle*. On établit l'exist
surfaces de la façon suivante :

Considérons un point électrisé M, partant d'u

Fig. 30.

irection du champ au point où il se trouve. Soit m la charge d oint M; nous avons vu que le travail $\mathfrak{w}$ accompli pendant l éplacement est donné par la relation

$$\mathfrak{w} = m(V_1 - V_2).$$

e mouvement du point M ayant lieu perpendiculairement à l irection de la force électrique qui agit sur lui, le travail est nu endant tout le déplacement; on a donc $\mathfrak{w} = 0$, et, puisque n 'est pas nul,

$$V_1 = V_2.$$

a trajectoire du point électrisé est donc telle que, pour tous se oints, le potentiel est le même : cette trajectoire est une *lign quipotentielle*.

Mais le point M peut partir du point A, normalement à irection du champ, dans une infinité de directions; il y a don ne infinité de lignes équipotentielles partant de ce point A, angentes au plan perpendiculaire à la direction du champ : ell ont toutes situées sur une surface équipotentielle.

En tout point A d'une surface équipotentielle, la direction d hamp est celle de la normale à la surface. Déplaçons, en effet, oint électrisé M sur la surface équipotentielle, du point A au poi nfiniment voisin B; désignons par de la distance AB, par f la for lectrique qui agit sur M, et par α l'angle de la direction de cet orce avec la direction du déplacement AB; le travail élémentaire e lors représenté par $f\,de \cos\alpha$. Or, dans la relation $\mathfrak{w} = m(V_1 - V$ n a $V_1 = V_2$, et, par suite, puisque m n'est pas infini, $\mathfrak{w} =$ 'est-à-dire : $f\,de\cos\alpha = 0$, d'où $\cos\alpha = 0$ et $\alpha = \frac{\pi}{2}$. La for lectrique est donc perpendiculaire au déplacement AB, et ce st vrai pour toute droite tracée dans différentes directions,

du conducteur mais très près de sa surface est normale à

17. **Lignes de forces.** — On appelle *ligne de forc*
engendrée par un point géométrique se dirigeant
dans la direction du champ électrique en ce point.
cette définition que, en chaque point d'une ligne de
rection du champ est celle de la tangente à la ligne
quent, au point de rencontre d'une ligne de forces et
équipotentielle, la tangente à la ligne de forces est
surface : *la ligne de forces coupe orthogonalemen*
équipotentielle.

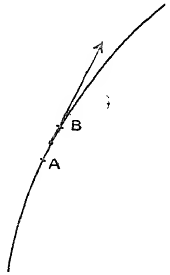
Par chaque point d'un champ électrique passent
forces et une surface équipotentielle; toutes ces surf
une classe et les lignes de forces en sont les trajec
gonales.

Considérons, par exemple, une sphère conductrice
placée à l'intérieur d'une enceinte sphérique S′ cond
mogène et concentrique à S. La sphère S est électris
ment et il n'y a pas d'électricité dans l'intervalle des d
Dans ces conditions, on sait qu'il y a, répartie à la su
de l'enceinte, une charge négative égale à la charge p
Le champ intérieur n'est pas influencé par les charges
et comme il n'y a pas d'autres charges à l'intérieur qu
et de S′, par raison de symétrie, les surfaces équipote
des sphères concentriques à S et les lignes de forces so
droites disposées suivant les rayons communs aux de

Le plus souvent, la distribution des lignes de force
faces équipotentielles est très compliquée. Des méthod
permettent de trouver la valeur du potentiel en un
conque du champ; mais elle ne sont applicables

Soient A (*fig.* 31) un point d'une ligne de forces et B un poi

Fig. 31.



nfiniment voisin de A pris sur cette même ligne dans le sens c
hamp ; V étant le potentiel au point A, le potentiel en B e
$V + dV$. Soient φ la valeur du champ dans cet intervalle infinime
etit, et de la distance AB ; si un point chargé d'une quantité
l'électricité se déplace de A en B, la force électrique accompl
n travail

$$d\mathfrak{w} = f de = m\varphi de;$$

nais la relation générale $\mathfrak{w} = m(V_1 - V_2)$ donne l'expressio
uivante pour le travail mis en jeu :

$$d\mathfrak{w} = - m dV.$$

En égalant ces deux expressions de $d\mathfrak{w}$, on a,

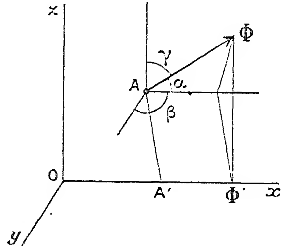
$$m\varphi de = - m dV,$$
$$\varphi de = - dV;$$

de est positif, donc dV est négatif ; ainsi, quand on se déplac
r une ligne de forces dans le sens du champ, le potentiel va co
amment en diminuant : *le champ est tourné du côté des p*
entiels décroissants. On a d'ailleurs

rigée, telle que le champ électrique, il est souvent a
considérer les projections de cette grandeur sur trois
données rectangulaires ox, oy, oz.

Soient $A\Phi$ la droite représentative du champ (*fig.*

Fig. 32.



angles que forme la direction du champ, comptée
dans le sens du champ avec la direction positive des
coordonnées. La projection du champ sur l'axe ox
tion $A'\Phi'$ de $A\Phi$ sur cet axe,

$$A'\Phi' = A\Phi\cos\alpha = \varphi\cos\alpha.$$

Désignons, d'une façon générale, par X la composa
suivant ox,

$$X = \varphi\cos\alpha.$$

Nous aurons, de même, en désignant par Y et Z le
du champ sur les axes oy et oz :

$$Y = \varphi\cos\beta,$$
$$Z = \varphi\cos\gamma.$$

Un point $A(x, y, z)$, chargé d'une quantité m d'éle
tive est soumis à une force AF dans la direction

i m est négatif, la force AF est dirigée en sens contraire d hamp; ses projections sont égales aux précédentes mais de sign ontraire; les formules (1) s'appliquent encore sans modificatior

Ainsi, quand on connaît, en chaque point d'un champ, les compo antes X, Y, Z, on connaît aussi, en grandeur, direction et sens a valeur de la force qui agit sur un point chargé d'une quantité 'électricité positive ou négative.

On peut exprimer les composantes X, Y, Z, du champ au moye es dérivées partielles du potentiel prises par rapport à $x, y,$ Pour chaque point du champ, il y a une valeur et une seule d otentiel; le potentiel est donc une fonction uniforme des coo onnées :

$$V = \Psi(x, y, z).$$

Lorsque l'on passe d'un point A (x, y, z) à un point infinimer oisin $B(x+dx, y+dy, z+dz)$, le potentiel V prend la va eur infiniment voisine $V + dV$; dV est la différentielle totale d otentiel par rapport à x, y et z :

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz.$$

Évaluons le travail de la force électrique agissant sur un point M hargé d'une quantité m d'électricité, quand il se déplace de n B; la formule générale nous donne

$$(2) \quad dw = m[V - (V + dV)] = -m\,dV = -m\left(\frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz\right)$$

D'autre part

$$dw = f_x dx + f_y dy + f_z dz;$$

l'où, en vertu des relations (1),

$$(3) \quad dw = m(X\,dx + Y\,dy + Z\,dz).$$

dz. Il faut pour cela que les coefficients de dx, dy et dz so les mêmes dans les deux membres de la relation (4); d'où

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x},$$

$$Y = -\frac{\partial V}{\partial y},$$

$$Z = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Ainsi, *les composantes* X, Y, Z *du champ sont respecti ment les dérivées partielles du potentiel par rapport à x et z, changées de signe.*

En définitive, si l'on connaît le potentiel en chaque point, connaît partout le champ en grandeur, direction et sens.

CHAPITRE III.

DENSITÉS ET TENSION ÉLECTRIQUES.

1. **Densité électrique superficielle.** — Dans un conducteur homogène en équilibre électrique, il n'y a d'électricité qu'à la surface; l'électricité occupe une couche superficielle excessivement mince, d'une épaisseur inférieure à un millième de millimètre. On peut déterminer expérimentalement la quantité d'électricité qui se trouve sur une surface donnée d'un conducteur. Pour cela, on applique, sur la surface de celui-ci, une petite lame de même substance que le conducteur et tenue par un manche isolant, en supposant que la lame recouvre exactement la surface et ait une épaisseur très faible, par exemple de l'ordre du dixième de millimètre, la distribution superficielle de l'électricité n'est pas modifiée. La quantité d'électricité qui se trouvait sur la région du conducteur maintenant recouverte est actuellement sur la lame; si l'on enlève celle-ci normalement, on enlève une quantité d'électricité juste égale à celle qui se trouvait sur le conducteur à l'endroit recouvert; cette quantité peut se mesurer au moyen du cylindre de Faraday.

Si la superficie de la lame est petite vis-à-vis du rayon de courbure de la surface du conducteur, il n'est pas nécessaire que l'application se fasse exactement, et l'on peut donner à la lame une forme plane; le système formé par ce petit plan et son manche

l'aide du plan d'épreuve. Soit m la quantité d'
occupe la surface s; dans le cas d'une surface unifo
trisée le rapport $\frac{m}{s}$ est constant, on l'appelle la *dens*
superficielle σ du conducteur

$$\sigma = \frac{m}{s}; \tag{1}$$

ce quotient reste constant quelque petite que soit l
la limite, on a donc

$$\sigma = \frac{dm}{ds}.$$

Si la surface n'est pas uniformément électrisée, o
dérer une petite surface entourant un point A et li
courbe. On appelle *densité électrique superficiell*
l'intérieur de cette courbe le quotient

$$\sigma_m = \frac{m}{s} \tag{2}$$

de la quantité d'électricité m qui recouvre la régio
par sa surface s. Si le périmètre tend vers zéro
toujours le point A, la limite de la densité moyen
ce que l'on appelle la *densité électrique superficiell*

Si l'on applique l'égalité

$$\sigma = \frac{dm}{ds} \tag{3}$$

à une surface d'étendue finie, on a

$$m = \int \sigma \, ds$$

ar le plan d'épreuve étaient déterminées au moyen de sa balanc
e torsion. En opérant ainsi, il a trouvé que la densité superfi
elle n'est pas, en général, constante, sauf dans les cas de symétri
arfaite, par exemple dans le cas d'une sphère conductrice isolé
soustraite à toute action d'influence.

D'une façon générale, sur les parties en saillie la densité *e*
lus grande qu'ailleurs ; le phénomène s'exagère quand ces partie
allongent, par exemple dans le cas d'une pointe ou d'une arêt
est bien évident que, sur une arête ou à l'extrémité d'une point
n ne peut mesurer la densité électrique avec un plan d'épreuv
uisque, si petit que soit celui-ci, il ne pourrait jamais s'appliqu
xactement sur la pointe ou l'arête ; mais des considérations thé
ques montrent que la densité y est infiniment grande par rappo
ce qu'elle est sur les autres parties du conducteur (*voir* Chap. I
° 19).

Si la surface présente des cavités, à leur intérieur la densité e
peu près nulle.

2. Densité électrique cubique. — Les corps non conducteu
euvent être électrisés à l'intérieur, et cette électrisation pe
urer un temps considérable ; il y a donc lieu de considérer u
ensité électrique cubique. Si dm est la quantité d'électrici
ontenue dans un élément de volume dv, par définition le quotie
$= \frac{dm}{dv}$ est la densité cubique au point du corps considéré.

Cette quantité n'a pas donné lieu à des mesures expérimentale

3. Tension électrique. — A la surface des conducteurs électris
l se produit des forces de tension que nous allons examiner mai
enant.

Considérons un contour fermé infiniment petit AA' (*fig.* 3

plan parallèle à l'élément, situé à l'intérieur du cond
limite de la couche électrique. Le conducteur à l'in
cylindre AA'BB' est électrisé. Or le champ au voisi
ducteur électrisé n'est pas nul et est normal à sa s
distance intérieure comparable à l'épaisseur de la couc
il est nul. En traversant cette couche il passe ainsi g
de zéro à une valeur finie. Si l'on divise le petit cylin
en couches infiniment minces, parallèles à la surface
teur, toutes ces couches sont soumises à un cham
Supposons le conducteur électrisé positivement; da
champ est tourné vers l'extérieur, comme nous le d
rigoureusement plus loin; les forces électriques sont a
aussi vers l'extérieur et ont une résultante qui tend
l'élément de surface limité par AA' : c'est la *force de*
trique. Dans le cas où l'électrisation du conducteur
le champ est dirigé vers l'intérieur, comme nous le
plus loin; mais les forces électriques qui s'exercen
couche électrisée négativement sont dirigées en sens
champ; par conséquent, la résultante est encore dirigé
rieur. C'est bien encore une force de tension qui ten
l'élément de surface AA'.

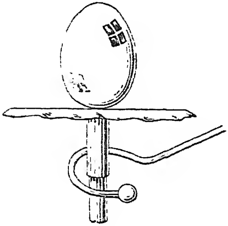
Les forces de tension sont évidemment nulles si la
pas électrisée, et d'autant plus grandes que la densi
superficielle est elle-même plus forte.

Si l'élément est infiniment petit ds, la force de tens
infiniment petite df; le quotient $\frac{df}{ds}$ est ce qu'on appel
électrique pour cet élément; nous la désignerons par

$$\tau = \frac{df}{ds} \qquad \text{d'où} \qquad df = \tau\, ds$$

électrique (*fig.* 34). La densité est nulle à la partie inférieure d

Fig. 34.



a bulle, puisque celle-ci touche le support conducteur; en hau
u contraire, la densité est forte; à égalité de surface les forces d
ension sont donc plus grandes en haut qu'en bas. La bulle do
a surface est tirée par ces forces de tension va grossir et surto
'allonger verticalement. Si l'adhérence avec le support n'est pa
uffisante, la bulle est soulevée et s'échappe. Si l'adhérence e
ssez grande pour empêcher la bulle de s'échapper, les forces d
ension peuvent faire crever la partie supérieure, qui se referm
nsuite sous l'action des forces capillaires, et ainsi de suite;
ulle diminue peu à peu de volume.

On peut faire une expérience analogue en mettant en commu
ication avec une machine électrique une cloche de mousselin
rès légère [1]. Avant l'électrisation, les bords retombent; quan
a machine est actionnée, ils s'écartent, au contraire, et la cloch
e gonfle, montrant ainsi l'existence des forces de tension q
'exercent sur la partie extérieure de la cloche. Leur effet n'e
ue très peu diminué par les forces de tension qui s'exercent s
a surface interne de la cloche, car celles-ci sont presque nulle
a densité électrique y étant elle-même presque nulle.

Lorsque le corps électrisé est rigide, les forces de tensio
omme tout système de forces appliquées à un corps indéformabl

peuvent être remplacées par une résultante et pa
résultant; le corps peut donc être entraîné par la rési
ce qui a lieu lorsque l'on approche un bâton de
d'une balle de sureau suspendue par un fil conduct
munication avec le sol. Par influence, la région de la
vers le bâton se charge positivement; de ce côté la
donc plus considérable que dans les autres directions
tante est dirigée vers le bâton. La tension électric
ainsi l'attraction apparente du bâton de résine sur le

D'une manière générale, la considération des force
seules suffit à expliquer les effets mécaniques qui so
sur un conducteur électrisé.

CHAPITRE IV.

LES PRINCIPES DE L'ÉLECTROSTATIQUE ET LEURS CONSÉQUENCES.

Pour pouvoir poursuivre l'étude de l'Électrostatique il est n
essaire d'exposer maintenant deux *principes*, c'est-à-dire deu
ropositions très probables *a priori*, mais démontrées surtout p
exactitude de toutes leurs conséquences. Ils ont presque toujou
té admis jusqu'ici d'une manière implicite.

1. **Principe d'action de milieu.** — L'idée de forces s'exerçar
ntre des corps éloignés sans intermédiaire répugne trop à notr
sprit pour pouvoir être admise. Il ne faut pas se faire illusion su
existence d'action à distance par l'énoncé de certaines lois tell
ue celle de la gravitation universelle. Du reste, quand le gran
hysicien anglais Newton a déduit ces lois des lois de Képler, il l
énoncées en disant : « *Tout se passe comme si* les corps célest
attiraient, suivant la droite qui joint leur centre, en raison c
eurs masses et en raison inverse du carré de leur distance ».
ndiquait ainsi qu'il ne croyait nullement à une attraction s'exe
ant à distance et qu'il donnait seulement une équivalence math
atique de l'action réelle qui lui était et nous est encore i
onnue.

Tous les phénomènes qui nous semblent produits à distanc

peut dépendre que de la nature et de l'état du milieu au point considéré et dans son voisinage immédiat.

Nous appellerons cette proposition le *principe d'action du milieu*.

Par exemple, la densité cubique en un point d'un diélectrique ne peut dépendre, outre la nature de celui-ci, que de l'état électrique au point considéré et aux points environnants, c'est-à-dire ne peut dépendre que des trois composantes X, Y, Z du champ et de leurs dérivées par rapport aux coordonnées $\frac{\partial X}{\partial x}$, $\frac{\partial X}{\partial y}$, $\frac{\partial X}{\partial z}$, $\frac{\partial Y}{\partial x}$, $\frac{\partial Y}{\partial y}$, etc. Autrement dit, si, dans deux cas dissemblables, le diélectrique est de même nature et si les douze quantités dont il vient d'être question ont mêmes valeurs, la densité cubique a aussi même valeur.

2. Principe de la superposition des états électriques. — Tous ceux qui ont fait dériver la théorie raisonnée de l'Électrostatique de la loi fondamentale de Coulomb se sont appuyés implicitement sur un principe analogue à celui que nous allons exposer. C'est ainsi que, pour obtenir l'action d'un corps électrisé B sur un point électrisé A, on décompose le corps B en parties infiniment petites, on calcule l'action de chacune d'elles sur le point considéré A et l'on détermine l'action totale produite par le corps B comme la résultante des actions dues à ses différentes parties. Il n'est pas évident que cette manière d'opérer soit exacte, et, en réalité, on admet une proposition qui n'est pas vérifiable directement par l'expérience, mais qui l'a été par ses conséquences, à savoir que chacune des parties en lesquelles on décompose le corps B agit comme si elle était seule.

orces agissantes dans les états 1, 2, ..., n. Supposons maintenan
ue l'on vienne à placer en chaque région du champ la somm
lgébrique des quantités d'électricité qui s'y trouvaient dar
hacun des états électriques précédents; c'est ce que nous appe
erons *composer* les états 1, 2, ..., n; ces états seront dits *éta
omposants* et l'état final *état de superposition*. Le *principe c
a superposition des états électriques* s'énonce alors ainsi :

Dans l'état de superposition, la force F, *qui agit sur
oint* A *chargé de la quantité m d'électricité, est la résultan
les forces* f_1, f_2, ..., f_n, *qui agiraient sur ce même poir
hargé de la même quantité m d'électricité dans chacun d
tats composants pris isolément.*

Quoique la proposition précédente soit susceptible d'une vér
cation expérimentale directe, celle-ci n'ayant pas été faite, nou
dmettrons cette proposition comme un principe. De nombreuse
onséquences s'en déduisent immédiatement :

1° Comme la valeur du champ en un point quelconque a mêm
irection, même sens et même valeur numérique que la force qu
git sur un corps placé en ce point et chargé de l'unité d'électr
ité positive, c'est énoncer autrement le même principe que c
ire que *dans l'état de superposition le champ est la résu
ante des champs des états composants.*

2° Si nous prenons comme origine du potentiel un même point
our tous les états électriques composants et pour l'état de supe
osition, le potentiel d'un point A du champ, dans l'état de supe
osition, est la somme algébrique des potentiels existant dans ch
un des états composants.

Considérons, en effet, une trajectoire quelconque entre l
oints A et O, mais qui reste la même pour les différents états

composants; or, le travail de la résultante est la somme des travaux des composantes, c'est-à-dire que l'on a

$$W = W_1 + W_2 + \ldots + W_n.$$

Divisons tous les termes par la quantité d'électricité m, on a

$$\frac{W}{m} = \frac{W_1}{m} + \frac{W_2}{m} + \ldots + \frac{W_n}{m}.$$

Chaque fraction représente le potentiel du point A dans les différents états, on a donc

$$V = V_1 + V_2 + \ldots + V_n.$$

3° Il résulte immédiatement de cette égalité que, si l'on prend les dérivées d'ordre quelconque du potentiel par rapport aux variables, dans l'état de superposition la dérivée d'ordre n est la somme algébrique des dérivées du même ordre, par rapport aux mêmes variables, dans chacun des états composants.

En particulier

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V_1}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial x} + \ldots + \frac{\partial V_n}{\partial x},$$

c'est-à-dire

$$X = X_1 + X_2 + \ldots + X_n;$$

et l'on aurait de même

$$Y = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n,$$
$$Z = Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n;$$

de sorte que la composante du champ, suivant une direction quelconque, dans l'état de superposition, est la somme algébrique des composantes prises suivant la même direction dans chacun des états composants.

On a souvent à consid'rer, e Électrostatique la somme de

entre la laplacienne dans l'état de superposition et les laplaciennes
correspondant aux différents états composants.

4° Considérons deux états électriques, le second différant du pr
mier en ce que, en chaque point, la quantité d'électricité est éga
celle du premier état mais de signe contraire; ainsi on a pour
densité superficielle

$$\sigma_1 = -\sigma_2$$

et pour la densité cubique

$$\rho_1 = -\rho_2$$

en chaque point du champ.

Superposons les deux états: la charge électrique en un poi
quelconque est nulle; le champ est donc nul partout dans l'état
superposition, puisqu'il n'y a d'électricité nulle part. Par cons
quent, les deux champs composants étaient égaux en valeu
absolue, avaient même direction, mais étaient de sens contraire

Le champ résultant étant nul, on a

$$V = 0$$

et, puisque

$$V = V_1 + V_2,$$

il vient

$$V_1 + V_2 = 0 \qquad \text{ou} \qquad V_2 = -V_1.$$

Ainsi, si deux états d'un même système diffèrent seulement p
le signe des quantités d'électricité, les potentiels en un mêm
point sont égaux et de signes contraires.

5° Superposons n états identiques entre eux. Si dans l'un d'eu
les densités étaient en un point σ_1 ou ρ_1, dans l'état de superpos
tion elles seront

$$(1) \qquad \begin{cases} \sigma = n\sigma_1, \\ \rho = n\rho_1. \end{cases}$$

Dans l'état de superposition, le champ en un point a même d
rection et même sens, mais il est n fois plus grand que dans c

La formule générale

$$V = V_1 + V_2 + \ldots + V_n$$

donne dans ce cas,

$$V = nV_1; \qquad (3)$$

le potentiel d'un point quelconque est n fois plus gran
l'un des états composants.

Nous avons supposé n entier et positif; s'il est en
mais négatif, cela veut dire que l'on superpose n états
qui diffèrent des premiers par ce que les densités en un
conque sont égales et de signes contraires. La formu
est encore applicable, et le champ a même direction,
sens contraire par rapport au premier cas (4°); la formul
subsiste aussi, car, si l'on change le signe des quan
triques sans changer leur valeur, le potentiel change s
de signe, comme nous l'avons vu (4°).

Les relations (2) et (3) étant exactes lorsque n est
quelconque, subsistent encore, comme on le démontre
si n est fractionnaire ou incommensurable dans les rela

3. Action d'une couche électrique sphérique uniform
allons établir une relation dont nous aurons fréquemm
usage.

Considérons une couche électrique sphérique unifor
à-dire une couche d'électricité répartie uniformément d
valle de deux sphères concentriques infiniment voisines.
sphère est sans action sur tout point électrisé placé à
rieur.

Pour établir cette propriété, nous allons supposer u
conductrice creuse électrisée, aucune charge électrique

En nous appuyant sur le principe de superposition, nous pou-
rons ajouter des couches sphériques uniformes, concentriques o
non, le champ est encore nul en tout point A situé à l'intérieur d
outes ces sphères.

4. **Relation entre la densité superficielle et le champ électriq
dans le voisinage d'un conducteur (Relation de Coulomb).** — L
propriété que nous venons d'établir va nous servir pour trouv
une relation entre la densité superficielle en un point de la surfa
d'un conducteur et le sens et l'intensité du champ en un point
du diélectrique infiniment voisin, mais situé en dehors de
couche électrique qui entoure le conducteur. Nous savons dé
que, dans l'état d'équilibre électrique, le champ a en A une d
ection normale à la surface du conducteur.

Considérons d'abord un cas particulier, celui d'un conducte
phérique entouré d'un diélectrique homogène s'étendant à l'in
fini, et supposons ce dernier électrisé par couches sphériques un
formes et concentriques à la surface du conducteur, de maniè
que la densité cubique en un point de ce diélectrique soit seul
ment fonction de sa distance au centre. Le point considéré A e
l'intérieur de toutes les couches sphériques du diélectriqu
elles-ci sont donc sans action sur un point électrisé M placé en A
'est-à-dire que la force qui agit sur le point M n'est pas modifié
uivant que les couches électrisées du diélectrique existent o
non : le champ en A reste ainsi le même, que la densité cubique
du diélectrique soit nulle en A ou non.

Supposons donc la sphère conductrice seule électrisée; si s
harge est positive, la densité superficielle σ est positive, et u
orps M, chargé positivement et placé en A, est repoussé par
phère: le champ est donc tourné vers l'extérieur. Si, au con

on a donc $\varphi = n\varphi_1$. Par conséquent

$$\frac{\varphi}{\sigma} = \frac{n\varphi_1}{n\sigma_1} = \frac{\varphi_1}{\sigma_1}.$$

Ainsi, le quotient de l'intensité du champ A par la densité électrique sur la sphère est une certaine constante que nous désignerons par h,

$$(1) \qquad \frac{\varphi}{\sigma} = h \qquad \text{d'où} \qquad \varphi = h\sigma.$$

Considérons maintenant un conducteur de forme quelconque faisant partie d'un système électrique quelconque, et un point A' situé dans le diélectrique à une distance infiniment petite de la surface du conducteur, mais en dehors de la couche électrique qui le recouvre. Si le conducteur et le diélectrique au voisinage de A' sont de même nature respectivement que dans le cas particulier considéré ci-dessus; si, en outre, le champ en A' a la même valeur, la densité superficielle σ sur le conducteur au voisinage de A' aura la même valeur qu'au voisinage de A dans le cas particulier, en vertu du principe d'action de milieu. Par conséquent, la relation (1) est générale.

En résumé, la densité superficielle au voisinage de A' est indépendante de l'état d'électrisation du diélectrique entourant A'; elle est positive, si le champ est tourné vers l'extérieur du conducteur, négative, si le champ est tourné vers l'intérieur du conducteur, proportionnelle à l'intensité du champ en A', le facteur de proportionnalité h ne pouvant dépendre *a priori* que de la nature du diélectrique et de la nature du conducteur. Nous verrons plus loin, du reste, que h ne dépend pas de la nature du conducteur.

La relation fondamentale (1) a été établie pour la première fois

ectrique homogène s'étendant à l'infini, électrisé par couch
phériques uniformes concentriques à un point O, de telle sor
ue, en un point quelconque A, la densité cubique ρ est u
onction de la distance r du point A au point O.

Cherchons la valeur du champ au point A. Les surfaces équ
otentielles sont évidemment des sphères concentriques à O, e
n un point quelconque A, le champ est dirigé suivant le rayon O
Pour trouver le sens et l'intensité du champ, nous allons fai
ubir au système deux transformations successives telles que
hamp au point A ne soit pas altéré. Soit S la sphère, de centre C
ui passe par le point A. Traçons une autre sphère S′ de mên
entre O, de rayon $r + \varepsilon$ infiniment peu supérieur au rayon r c
sphère S, elle renferme à son intérieur une quantité d'électricit
ui ne diffère que par un infiniment petit de celle contenue à l'int
ieur de S, et que nous désignerons par m. Supprimons d'abor
outes les couches électrisées extérieures à la sphère S′, cela n
nodifie pas le champ en A. Comme deuxième transformation
upposons que S′ devienne la surface d'un conducteur; alors s
urface interne se couvre d'une couche uniforme d'électricité dor
valeur totale est égale à $-m$, d'après la loi de Faraday. La der
té électrique σ est donc donnée par

$$\sigma = -\frac{m}{4\pi r^2},$$

n négligeant l'infiniment petit ε devant r. Cette couche d'électri
té est encore sphérique et uniforme, et le point A est situé à so
ntérieur; par conséquent le champ en A est encore le même
Mais puisque A est à une distance infiniment petite ε d'une sur
ace conductrice sur laquelle nous connaissons la densité, nou
onnaissons aussi maintenant la valeur du champ en A, en vert

où l'on doit prendre pour φ la valeur absolue du second membr

Rappelons que le champ, dans ces différentes transformation n'a pas été changé; or, dans le premier état, il ne pouvait évidem ment pas dépendre de la nature du conducteur du troisième éta par conséquent la quantité h, définie précédemment, est indépen dante de la nature du conducteur; elle ne peut dépendre que d la nature du diélectrique. C'est là un point important que nou démontrons en passant.

Considérons maintenant trois axes de coordonnées rectangu laires ayant pour origine le centre O et cherchons les composant du champ suivant ces axes. Pour fixer les idées, supposons m po sitif: dans ce cas, on a $\varphi = \frac{mh}{4\pi r^2}$, et le sens est celui de O vers A Soit α l'angle que fait la direction OA du champ avec l'axe des X on a

$$X = \varphi \cos\alpha \qquad \text{et} \qquad \cos\alpha = \frac{x}{r},$$

d'où

(1) $$X = \frac{xmh}{4\pi r^3}.$$

Calculons les dérivées des composantes du champ, et, pour cela remarquons que, si nous augmentons d'une quantité infinimen petite dr le rayon de la sphère, la quantité infiniment petite dm d'électricité comprise entre les deux sphères de rayons r et $r + dr$ est

$$dm = \rho 4\pi r^2 dr,$$

d'où

(2) $$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho.$$

pport à x :

$$\frac{\partial X}{\partial x} = \frac{h}{4\pi}\left(\frac{m}{r^3} - \frac{3mx}{r^4}\frac{\partial r}{\partial x} + \frac{x}{r^3}\frac{\partial m}{\partial x}\right);$$

ais

$$\frac{\partial m}{\partial x} = \frac{dm}{dr}\frac{\partial r}{\partial x} = 4\pi r^2 \rho \frac{x}{r} = 4\pi r \rho x,$$

e qui donne en substituant :

$$\text{5)} \qquad \frac{\partial X}{\partial x} = \frac{h}{4\pi}\left(\frac{m}{r^3} - \frac{3mx^2}{r^5} + \frac{4\pi\rho x^2}{r^2}\right).$$

On obtient de même

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = \frac{h}{4\pi}\left(\frac{m}{r^3} - \frac{3my^2}{r^5} + \frac{4\pi\rho y^2}{r^2}\right),$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = \frac{h}{4\pi}\left(\frac{m}{r^3} - \frac{3mz^2}{r^5} + \frac{4\pi\rho z^2}{r^2}\right).$$

En additionnant membre à membre ces trois égalités, on ob ient, en tenant compte de (3),

$$\text{6)} \qquad \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = h\rho.$$

Cette relation peut se mettre sous une forme un peu différente n a vu que

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad Y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad Z = -\frac{\partial V}{\partial z};$$

l en résulte que

$$\frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}, \qquad \frac{\partial Y}{\partial y} = -\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}, \qquad \frac{\partial Z}{\partial z} = -\frac{\partial^2 V}{\partial z^2};$$

et que l'on a

$$\text{7)} \qquad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -h\rho,$$

gine n'est plus le centre des surfaces sphériques. relation (7) subsiste, quelque grand que soit le sphères considérées, et, par conséquent, lorsque infini, c'est-à-dire quand ces surfaces sphériques, où valeur, sont des plans parallèles.

Supposons alors qu'on superpose autour d'un nombre quelconque d'états électriques sphériques c formes tels que celui que nous avons considéré, n différer par le centre des sphères et la valeur de la fo

$$\rho = f(r);$$

on a

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 + \ldots + \rho_n$$

et

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \ldots + \Delta V_n.$$

Écrivons la relation $\Delta V = -h\rho$ pour chacun de triques composants :

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= -h\rho_1, \\ \Delta V_2 &= -h\rho_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \Delta V_n &= -h\rho_n, \end{aligned}$$

et faisons la somme; on obtient

$$\Delta V = -h\rho.$$

La relation subsiste, quelque nombreux que soi composants.

Par superposition, on peut faire en sorte que les du champ en A et leurs neuf dérivées partielles par y et z aient telles valeurs que l'on veut. Par suite, si dérons un état électrique et un champ absolument c et un deuxième état formé par la superposition de sys

Ces relations sont donc absolument générales.

La relation $\Delta V = - h\rho$ a été établie pour la première fois pa
e mathématicien français Poisson. Antérieurement, Laplace ava
considéré le cas particulier où $\rho = 0$, c'est-à-dire avait établi l
elation

$$\Delta V = 0,$$

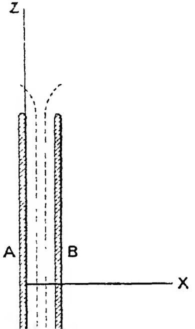
ue nous appellerons la *relation de Laplace* et qui s'énonc
insi :

*Quand un diélectrique n'est pas électrisé, la laplacienne d
potentiel en tout point de ce diélectrique est nulle.*

6. Condensateur plan. — On appelle *condensateur plan* u
ystème formé de deux plateaux conducteurs identiques, parallèl
entre eux et séparés l'un de l'autre par un diélectrique, l'air, pa
exemple. Nous admettrons, dans ce qui va suivre, que les pla
teaux ont des dimensions linéaires très grandes vis-à-vis de leu
istance.

Supposons que les deux plateaux A et B (*fig.* 35) soient à d

Fig. 35.



faces équipotentielles intermédiaires sont des plans parallèles au plateaux, et, par conséquent, les lignes de force sont des droite perpendiculaires à la surface des plateaux, si toutefois nou exceptons la région voisine des bords.

Nous allons déterminer la densité électrique superficielle su les faces en regard en fonction de la nature du diélectrique, de l différence de potentiel et de la distance des plateaux. Supposon le diélectrique non électrisé; la densité électrique cubique ρ es nulle en tous ses points et la formule de Poisson se réduit à cell de Laplace :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0.$$

Pour simplifier, prenons pour direction de l'axe des x celle de lignes de force, et pour plan des yz la face même du plateau A Le potentiel est le même en tout plan parallèle à celui des y compris entre les deux plateaux; par suite, dans l'espace intermédiaire, le potentiel est seulement fonction de x, et l'on a

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0.$$

La formule de Laplace devient

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = 0;$$

d'où

$$\frac{dV}{dx} = a,$$

a étant une constante. Or, $\frac{dV}{dx}$ est, au signe près, la projection du champ sur l'axe des x; mais comme le champ φ se confond

on a donc l'égalité

$$m\varphi e = m(V_1 - V_2),$$

d'où

$$(1) \qquad \varphi = \frac{V_1 - V_2}{e}, \qquad \text{ou} \qquad \varphi = \frac{V}{e},$$

en représentant par V la différence $V_1 - V_2$.

Le champ, étant dans le sens des potentiels décroissants, e dirigé de A vers B. Près de A, il est tourné vers l'extérieur d conducteur : la surface de ce plateau est donc chargée positivemen près de B, le champ est tourné vers l'intérieur du conducte et la charge superficielle est négative. Ainsi le plateau au pl haut potentiel A possède une charge positive, le plateau au pl bas potentiel B une charge négative.

La densité superficielle est donnée par la formule

$$\varphi = h\sigma,$$

d'où

$$(2) \qquad \sigma = \frac{\varphi}{h} = \frac{V}{eh};$$

elle est donc proportionnelle à la différence de potentiel V et e raison inverse de la distance e des plateaux.

Soit S l'étendue de la surface des plateaux, en exceptant un région très étroite sur les bords, d'une largeur moindre que la di tance des plateaux, sur laquelle la densité n'est plus uniforme par conséquent n'a plus la valeur que nous venons de calculer. I quantité d'électricité m qui recouvre la région d'étendue S où densité électrique est uniforme est donnée par

$$(3) \qquad m = S\sigma = \frac{SV}{eh}.$$

Nous avons supposé que la distance des plateaux est excessivemen

l'unité. Pour un pareil condensateur la relation (3) donne charge totale de chaque plateau sur la face qui regarde l'autre.

Il résulte de la formule $m = \frac{SV}{eh}$ que le rapport $\frac{m}{V}$ est constan pour un même condensateur, ce rapport est appelé la *capacité* du condensateur

$$\frac{m}{V} = C; \tag{4}$$

d'où

$$C = \frac{S}{eh}. \tag{5}$$

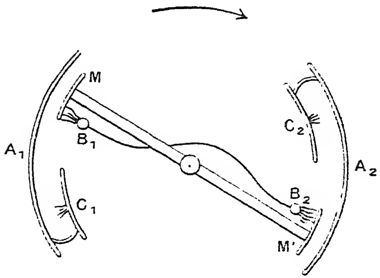
La charge est donc proportionnelle à la capacité et à la différenc de potentiel. La capacité est proportionnelle à la surface S et en rai son inverse de la distance e. En particulier, quand l'épaisseur du diélectrique devient de plus en plus petite, la capacité augmente de plus en plus; si la différence de potentiel reste constante, il en est de même des charges; elles tendraient vers l'infini quand l'épaisseur tend vers zéro, si l'étincelle qui peut éclater entre les deux plateaux n'opposait pas une limite à celles-ci.

Lorsque les plateaux sont très rapprochés, vis-à-vis de leu distance aux parois de la salle où se trouve le condensateur, la quantité d'électricité que possèdent les surfaces internes des pla teaux est considérable vis-à-vis de celle qui est développée par l'influence des murs sur les parties extérieures des plateaux: les charges sur les surfaces extérieures sont négligeables vis-à-vis des charges sur les surfaces intérieures. C'est un fait qu'il est aisé de mettre en évidence par l'expérience, au moyen du plan d'épreuve.

7. Replenisher. — Avant d'arriver à l'expression de la tension électrique que nous nous proposons de déterminer, il est néces

aiton sont portés par des supports isolants (*fig.* 36); ils formen

Fig. 36.



eux régions diamétralement opposées d'un même cylindre fict t constituent la partie la plus extérieure de l'appareil; ce sont le *nducteurs*. En C_1 et C_2 sont deux autres segments cylindriques d aible largeur, disposés concentriquement aux premiers et à l'inte ieur, communiquant respectivement avec A_1 et A_2. L'organe mobi st constitué par un axe supportant, par une tige isolante, deu ames M et M' de métal, portions étroites d'un même cylindre, qu eeuvent tourner dans l'intervalle des précédents; ils communiquen nétalliquement, à un certain moment de leur rotation, au moyen d eux petits balais, B_1 et B_2, métalliques diamétralement opposés éunis entre eux. Les pièces cylindriques C_1 et C_2 portent vis-à-v e A_1 et A_2 des balais métalliques qui font communiquer le ièces mobiles M et M' avec $A_1 C_1$ ou $A_2 C_2$ à un certain momen e la rotation.

Cet appareil permet de charger ou de décharger un condensateu Pour charger le condensateur, il suffit de tourner la part nobile dans le sens indiqué par une flèche sur la figure.

En effet, supposons, par exemple, que l'inducteur A_1 soit charg

continuant, le phénomène d'influence se produira co
demment, mais il sera plus marqué. Les charges de A
ainsi en augmentant sans cesse jusqu'à la limite p
l'étincelle éclatera entre les inducteurs A_1 et A_2. La n
tout à fait analogue si les deux inducteurs étaient c
même électricité, mais avec des quantités différentes.
machine fonctionne il suffit qu'il y ait une dissymétrie
dans les charges, la plus grande charge augmente et l
nue. Pour que l'appareil ne fonctionnât pas, il faudrai
au début une symétrie absolue, ce qui est irréalisable

Si les inducteurs communiquent avec les plateaux d
sateur, ceux-ci se chargent d'électricité de noms contrai
nisher fournit donc un moyen de donner des potentie
aux deux plateaux.

Pour décharger les plateaux, il suffit de faire tourne
en sens inverse; l'électricité négative, par exemple, dé
influence sur une des pièces mobiles étant apportée su
chargé positivement, diminue sa charge, et *vice versa*

8. Travail dans la charge du condensateur. — Ex
qui se passe au point de vue du travail dans l'expéri
dente, en négligeant les frottements.

Supposons que le replenisher tourne dans le sens
pond à la charge du condensateur. La pièce mobil
chargée négativement, par exemple, s'éloigne de
positif pour se rapprocher de l'inducteur négatif; l'e
ducteurs est donc de produire des forces qui s'oppose
vement; par suite, il faut fournir du travail pour cha
ducteurs et les plateaux du condensateur qui commun
eux.

(sens de la flèche de la *fig.* 36). En désignant par dm la valeur absolue de la charge infiniment petite transportée par la pièce M, le travail de la force électrique, agissant sur M chargé négativement, lorsqu'il passe de la position où il touche B_1 à la position où il touche C_2, est $-dm(V'-V_2)$. De même, le travail de la force électrique agissant sur M′ chargé positivement, lorsqu'il passe de la position où il touche B_2 à la position où il touche C_1 est $dm(V'-V_1)$. Comme le travail des forces électriques est nul quand, simultanément, M va de C_2 en B_2 et M′ de C_1 en B_1, puisque alors les charges de M et de M′ sont nulles, il en résulte que le travail total des forces électriques sur le système tournant pendant une demi-révolution est donné par

$$dw = dm(V'-V_1) - dm(V'-V_2) = dm(V_2 - V_1);$$

le travail dT qu'il faut fournir pour vaincre ces forces électriques ne diffère du travail des forces électriques que par le signe

$$dT = dm(V_1 - V_2). \tag{1}$$

Or, pendant cette demi-révolution, on a augmenté de dm la valeur absolue de la charge de chacun des plateaux aux potentiels V_1 et V_2. La relation (1) indique donc le travail qu'il faut fournir pour obtenir ce résultat.

En désignant par C la capacité du condensateur, on a

$$V_1 - V_2 = \frac{m}{C},$$

et par conséquent le travail élémentaire peut encore se mettre sous la forme

$$dT = \frac{m\,dm}{C}, \tag{2}$$

C étant une constante. Intégrons l'expression (2) afin d'avoir le travail T nécessaire pour amener le condensateur d'une charge

Ainsi le travail total qu'il faut fournir pour charger un condensa teur est $\frac{1}{2}\frac{m^2}{C}$. Si on laisse tourner en sens inverse le replenishe les plateaux se déchargent et le travail recueilli pendant cet décharge est exactement égal en valeur absolue au travail préce dent, comme on peut le constater par un calcul semblable à celu que nous venons de faire. La charge est donc un phénomèn réversible, au point de vue du travail; l'est-elle aussi au point d vue calorifique?

Le phénomène n'est pas réversible, dans le cas d'un replenishe de dimensions finies, si l'on veut mainteuir la température con stante. En effet, quand l'électricité s'écoule entre les inducteur et les plateaux, il se produit un courant électrique qui échauff les conducteurs : il faut donc retirer de la chaleur pour mainteni la température constante. Il en est de même pendant la décharge il faut encore retirer de la chaleur : le phénomène n'est donc pa réversible au point de vue calorifique. Mais la quantité de chaleu ainsi créée est proportionnelle au carré de l'intensité du courant si donc on emploie un replenisher de plus en plus petit, la quan tité de chaleur créée est de plus en plus petite. Par exemple, si l quantité d'électricité qui s'écoule pendant un certain temp devient 10 fois plus petite, la quantité de chaleur dégagée dans le conducteur intermédiaire devient 100 fois plus petite; cependan avec un temps 10 fois plus long, on peut avoir la même charge, e pour cette charge la quantité de chaleur dégagée est 10 fois moindr que dans le cas précédent. De sorte qu'avec un temps de plus en plus long et un replenisher de plus en plus petit, il se dégage un quantité de chaleur de plus en plus faible pour obtenir la mêm charge : à la limite, c'est-à-dire avec un replenisher infiniment petit cette quantité de chaleur est infiniment petite et le phénomèn

9. Valeur de la tension électrique. — Rappelons d'abord d'o
rovient la tension électrique. Considérons pour cela, comm
ous l'avons déjà fait, un cylindre infiniment mince dont les gén
atrices sont normales à la surface d'un conducteur électrisé
ui découpe dans cette surface une aire d'étendue s. Si mince qu
oit l'épaisseur de la couche électrique superficielle, nous pouvo
a supposer décomposée en couches infiniment minces parallèl
la surface. Pour chacune de ces couches le champ électriqu
ormal à la surface, n'est pas nul, car sa valeur passe, en trave
ant l'ensemble de ces couches, d'une valeur nulle, dans le condu
eur, à une valeur finie ($h\sigma$), qu'elle atteint à la limite de la couch
lectrique dans le diélectrique : ce sont précisément les actions
es champs sur ces couches électrisées infiniment minces, dont
ésultante constitue la force de tension. Ce point rappelé, no
dmettrons, en vertu du principe d'action de milieu, que si le cham
la limite de la couche électrique dans le diélectrique, a la mêm
aleur φ, si ce diélectrique est de même nature, ce qui entraîn
ue la densité σ a aussi la même valeur ($\varphi = h\sigma$), il en sera de mêm
our la force de tension f qui agit sur la portion du conducteur d
ême étendue s et, par conséquent, pour la tension électriqu
$= \frac{f}{s}$. Dès lors, il suffit de se placer dans un cas particulier po
tablir la relation qui existe entre τ, h et φ, ou, ce qui revient a
ême, entre τ, h et σ.

A cet effet, considérons un condensateur plan indéfini, dont l
lateaux sont assez rapprochés pour que la densité électriqu
ur les faces extérieures des plateaux soit négligeable vis-à-vis d
a densité sur les faces intérieures; il en est de même alors d
orces de tension. Ces forces tendent à rapprocher les plateau
our s'opposer à ce rapprochement, il faut faire agir sur chaqu

deux transformations. Comme état initial nous prendrons le con densateur non chargé, ses plateaux étant à une distance e; comm état final nous prendrons celui où les plateaux ont une charge n et sont à une distance $e + de$, de étant un infiniment petit.

Dans la première transformation, la distance e reste d'abor constante pendant qu'on fournit la charge m à chaque plateau a moyen d'un replenisher infiniment petit. Le travail qu'une forc extérieure doit fournir pour cela au replenisher est

$$T = \frac{1}{2}\,\frac{m^2}{C} = \frac{1}{2}\,\frac{m^2 he}{S}.$$

Les plateaux étant chargés et isolés du replenisher, on les écart de de; il faut alors que la force extérieure F fournisse le trava $F\,de = S\tau de$. Le travail total mis en jeu pendant cette premièr transformation est ainsi

$$\frac{1}{2}\,\frac{m^2 he}{S} + S\tau\, de.$$

Dans la seconde transformation, le condensateur étant à l'éta neutre, on écarte d'abord les plateaux de de : le travail correspon dant est nul, puisque aucune force n'agit sur les plateaux. O fournit ensuite une charge m au moyen du replenisher; le travai mis en jeu est

$$\frac{1}{2}\,\frac{m^2 h(e + de)}{S}.$$

En égalant les valeurs du travail mis en jeu dans les deux trans formations, on a

$$S\tau = \frac{1}{2}\,\frac{m^2 h}{S},$$

d'où

10. Pouvoir inducteur spécifique. — Constante diélectrique. -
ous avons établi successivement les formules :

$$\varphi = h\sigma, \tag{1}$$

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = h\rho, \tag{2}$$

$$\Delta V = -h\rho, \tag{2 bis}$$

$$\tau = \tfrac{1}{2}h\sigma^2, \tag{3}$$

$$m = \frac{SV}{he}, \tag{4}$$

$$C = \frac{S}{he}. \tag{5}$$

Dans toutes ces formules entre la quantité h qui, nous l'avon
u, ne peut dépendre que de la nature du diélectrique. En dépen
lle? Pour répondre à cette question il suffit de faire l'expérienc
uivante :

Les plateaux d'un condensateur communiquent, l'un avec l
euilles d'or de l'électroscope, l'autre avec le socle de cet apparei
a différence de potentiel qui existe entre les deux plateaux e
insi la même que celle qui existe entre le socle et les feuilles d'o
r, comme nous l'avons vu (Chap. I, n° 11, et Chap. II, n° 11
lus celle-ci est grande plus les feuilles d'or divergent.

Pour faire l'expérience, on charge les plateaux et l'on obser
ne certaine déviation; on introduit ensuite une lame de paraffin
ntre les plateaux, et l'on voit les feuilles d'or se rapproche
ar conséquent, d'une part, la différence de potentiel V entr
es plateaux a diminué: d'autre part, la face interne du platea
ui communique avec les feuilles d'or possède l'excès d'électr
ité qui a quitté celle-ci, en vertu de la loi de la conservation
électricité; donc la charge m de ce plateau a augmenté; par con

au cas d'un condensateur indéfini : sa capacité $C = \frac{S}{he}$ augmen quand on remplace l'air par la paraffine; la quantité h est don plus petite pour la paraffine que pour l'air. Ainsi cette constante relative à un diélectrique homogène, varie, en général, avec nature du diélectrique.

Si l'on fait l'expérience dans une enceinte où l'on puisse fai le vide, on réalise successivement un condensateur à lame de vid et un condensateur à lame d'air. On observe que l'écart des feuill reste le même dans les deux cas; par conséquent, au degré d précision de ces expériences, h est le même pour l'air ou pour l vide. Cependant, si l'on opère avec des instruments d'une extrêm sensibilité, on constate que h est plus grand dans le vide; mais l différence qui a lieu avec les gaz est excessivement faible.

Au lieu d'employer la constante h, il est d'usage de caractérise le diélectrique par une autre constante K reliée à la précédente pa a relation

$$K = \frac{4\pi}{h};$$

K ne dépend ainsi, comme h, que du diélectrique; on l'appelle l *pouvoir inducteur spécifique*.

Substituons à h, dans les formules précédentes, sa valeur en onction de K; elles deviennent :

$$K\varphi = 4\pi\sigma,$$

$$K\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right) = 4\pi\rho,$$

$$K\Delta V = -4\pi\rho,$$

$$K\tau = 2\pi\sigma^2,$$

ous indique ses dimensions :

$$[K]=[m][L]^{-1}[V]^{-1}.$$

On considère aussi une autre constante qui ne dépend pas de
nités adoptées, et que nous allons définir. Supposons un con
lensateur plan indéfini, dont les plateaux sont séparés par u
ertain diélectrique ; soit C sa capacité :

$$C=\frac{S}{he};$$

emplaçons le diélectrique intermédiaire par le vide ; soit C_1
apacité qui en résulte :

$$C_1=\frac{S}{h_1 e}.$$

)n a :

$$\frac{C}{C_1}=\frac{h_1}{h}=\frac{K}{K_1}.$$

Le rapport $\frac{C}{C_1}$, qui ne dépend que de la nature du diélectriqu
'appelle la *constante diélectrique*. Nous la représenterons par
ettre k :

$$k=\frac{C}{C_1}=\frac{h_1}{h}=\frac{K}{K_1};$$

n a donc

$$K=kK_1,$$

xpression dans laquelle K_1 représente le pouvoir inducteur sp
fique du vide.

La constante diélectrique, étant le rapport de deux grandeurs d
nême nature, n'a pas de dimensions ; c'est une grandeur ind
endante du système d'unités adopté.

11. Système d'unités électrostatiques. — Nous allons indiqu

électrique est la tension qui existe à la surface d'un conducteur pla électrisé uniformément quand chaque centimètre carré de la sur face est soumis à une force de tension égale à une dyne.

C'est en partant de la formule $K\tau = 2\pi\sigma^2$ que l'on définit le autres unités. En effet, si pour un diélectrique déterminé, le vide par exemple, on fixe *a priori* la valeur de K, l'unité qui sert mesurer τ étant déterminée, comme nous venons de le voir, cell qui sert à mesurer la densité σ sera aussi déterminée par la relatio ci-dessus, et il en sera encore de même, par conséquent, pou l'unité de quantité d'électricité.

Ainsi, pour le vide parfait, on a

$$K_1\tau = 2\pi\sigma^2.$$

Nous pouvons donner arbitrairement à K_1 telle valeur que nou voulons; par exemple, faire $K_1 = 2\pi$, ce qui aurait l'avantage d donner le maximum de simplicité à la relation entre la tension e la densité électrique dans le vide, puisqu'on aurait :

$$\tau = \sigma^2.$$

Une autre convention a prévalu, ce qui tient à ce qu'on cherché à donner le maximum de simplicité à l'expression de l force qui agit entre deux points électrisés placés dans le vid (formule de Coulomb) et que nous verrons plus loin (Chap. IX n° 1). Dans cette convention on fait $K_1 = 1$, de sorte que l'unité d pouvoir inducteur spécifique est celle du vide. Le système d'unité ainsi défini est connu sous le nom de *système d'unités électro statiques;* ce sera le *système d'unités électrostatiques* C. G. S si l'on adopte comme unités fondamentales de longueur, de mass et de temps, le centimètre, le gramme et la seconde. C'est ce der nier système que nous adopterons dorénavant, suivant l'usage.

e densité superficielle est ainsi celle qui se trouve à la surfac 'un conducteur en présence du vide où la tension électrique e gale à 2π.

En vertu de la relation

$$m = S\sigma,$$

lonnant la quantité d'électricité m sur une surface d'étendue S c a densité électrique superficielle σ est constante, les dimensio 'une quantité d'électricité sont $[m] = [S][\sigma] = [L]^{\frac{3}{2}}[M]^{\frac{1}{2}}[T]^{-}$ t l'unité de quantité d'électricité dans le système C. G. S. est cel ui recouvre un centimètre carré de la surface d'un conducte ù la densité superficielle est l'unité.

La relation

$$f = m\varphi,$$

ui donne la force f agissant sur une quantité m d'électricité n point où le champ électrique a une intensité φ, donne pour l imensions du champ électrique la relation

$$[\varphi] = \frac{[F]}{[m]} = [L]^{-\frac{1}{2}}[M]^{\frac{1}{2}}[T]^{-1};$$

e sont les mêmes dimensions que pour la densité superficiell omme le veut la relation $\varphi = 4\pi\sigma$ relative au vide. L'unité hamp électrique dans le système C. G. S. est donc celle q roduit une force d'une dyne sur l'unité d'électricité C. G. S.

La relation

$$W = m(V_1 - V_2),$$

ui fournit le travail W de la force électrique agissant sur u uantité m d'électricité voyageant d'un point où le potentiel e V_1 à un autre où le potentiel est V_2, donne pour les dimensio u potentiel $[\ ] = \frac{[W]}{\ } = [L]^{\frac{1}{2}}[M]^{\frac{1}{2}}[T]^{-1} = [F]^{\frac{1}{2}}$. L'unité de di

tricité voyageant entre ces deux points fournit un travail d'un e

Enfin la relation

$$K = kK_1$$

entre le pouvoir inducteur spécifique K et la constante diélectric d'une même substance (n° 10) devient, puisque $K_1 = 1$,

$$K = k.$$

Dans le système électrostatique le pouvoir inducteur spécific est représenté par le même nombre que la constante diél trique [1]. Le pouvoir inducteur spécifique, dans ce système donc des dimensions nulles.

Voici un tableau résumant les dimensions dans le système él trostatique, non seulement des grandeurs que nous avons vu déjà, mais aussi de quelques autres que nous définirons plus loi

le la grandeur.	Dimensions dans le système électrostatique.	Observatio
électrique....	$[\tau] = \frac{[F]}{[S]} = [L]^{-1}[M][T]^{-2}$.	
électrique superficielle	$[\sigma] = [\tau]^{\frac{1}{2}} = [L]^{-\frac{1}{2}}[M]^{\frac{1}{2}}[T]^{-1}$.	
é d'électricité..	$[m] = [S][\sigma] = [L]^{\frac{3}{2}}[M]^{\frac{1}{2}}[T]^{-1}$.	
électrique cu-	$[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = [L]^{-\frac{3}{2}}[M]^{\frac{1}{2}}[T]^{-1}$.	
du champ élec-	$[\varphi] = \frac{[F]}{[m]} = [L]^{-\frac{1}{2}}[M]^{\frac{1}{2}}[T]^{-1}$.	Mêmes dimensions sité électrique su
électrique...	$[v] = \frac{[W]}{[m]} = [L]^{\frac{1}{2}}[M]^{\frac{1}{2}}[T]^{-1}$.	Dimensions de la ra d'une force.
inducteur spé-		Dimensions nulles.
électrique ...	$[c] = \frac{[m]}{[v]} = [L]$.	Dimensions d'une l

12. Principe de la mesure absolue des grandeurs électrique
– Nous allons indiquer tout de suite comment on peut mesur
n unités absolues les grandeurs électriques les plus importante
n nous bornant toutefois au principe de ces mesures. Plus loi
ous décrirons les appareils employés à cet effet et entrerons da
uelques détails.

On peut, par l'évaluation d'une force de tension, mesurer u
ifférence de potentiel en valeur absolue.

Considérons pour cela un condensateur plan indéfini charg
l'aide d'un dynamomètre, mesurons la force F qu'il faut appl
uer normalement à un des plateaux pour faire équilibre à
orce de tension ; on a

$$F = S\tau, \tag{1}$$

n désignant par S la surface des plateaux et par τ la tension. E
upposant le vide (ou par approximation l'air) entre les plateau
t en désignant par σ, φ, V et e la densité électrique superficiell
'intensité du champ entre les plateaux, leur différence de pote
iel et leur distance, on a

$$\frac{V}{e} = \varphi = 4\pi\sigma,$$

'où

$$\tau = \frac{V}{4\pi e}, \tag{2}$$

t, comme on a

$$\tau = 2\pi\sigma^2,$$

l vient

$$\tau = 2\pi \frac{V^2}{16\pi^2 e^2} = \frac{V^2}{8\pi e^2}, \tag{3}$$

n remplaçant dans (1), on obtient

d'où enfin

$$V = e\sqrt{\frac{8\pi F}{S}}.$$

Ainsi, la mesure de la force F en dynes, de la surface S de
plateaux en centimètres carrés et de leur distance e en centimètre
fait connaître en unités électrostatiques C.G.S. la différence d
potentiel des plateaux.

Rappelons que deux conducteurs quelconques communiquai
respectivement avec ces plateaux possèdent la même différenc
de potentiel que ceux-ci, et que, par conséquent, leur différence d
potentiel se trouve connue par la mesure précédente. En particu
lier, on pourra mesurer ainsi la différence de potentiel entre l'ai
guille d'un électromètre à quadrants et la cage mise au sol d
l'appareil, et l'on aura gradué en valeur absolue cet instrument.

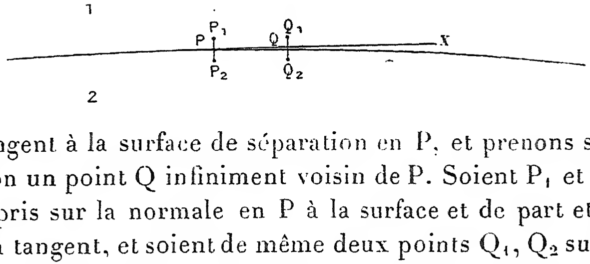
On conçoit maintenant aisément la possibilité de la mesure d'un
quantité d'électricité en valeur absolue. La relation (2) $\sigma = \frac{V}{4\pi e}$
permet de calculer la densité superficielle sur les plateaux d'un con
densateur plan si l'on a mesuré e et V. Avec un plan d'épreuv
de surface S, on touche la surface interne des plateaux; on en
ève ainsi une quantité connue $m = S\sigma$ d'électricité. En intro
duisant cette quantité dans le cylindre de Faraday, et en notan
la déviation de l'électromètre qui communique avec lui, on peu
graduer le cylindre de Faraday en valeur absolue.

13. Relation entre les valeurs du champ électrique de par et d'autre de la surface de séparation de deux diélectriques — Nous avons examiné jusqu'ici les phénomènes qui se produisen
soit à l'intérieur d'un diélectrique homogène, soit à la surface de

euxième diélectrique, infiniment voisin de P_1; lorsqu'on passe de I
P_2, le champ éprouve un brusque changement, soit dans sa dire
on, soit dans son intensité, mais le sens ne change pas. Par suit
uand une ligne de force vient à traverser la surface de séparatio
'un diélectrique, elle se brise. C'est un phénomène comparable
elui qui a lieu lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu dar
n autre; aussi lui a-t-on donné le nom de *réfraction des lign*
le forces. Remarquons cependant que, tandis que le rayon lum
eux est en général rectiligne, une ligne de forces est le pl
uvent curviligne. Nous allons voir que cette réfraction des lign
e forces obéit à des lois analogues à celles de Descartes pour
éfraction de la lumière.

Considérons une direction quelconque PX (*fig.* 37) dans

Fig. 37.



plan tangent à la surface de séparation en P, et prenons sur cet
direction un point Q infiniment voisin de P. Soient P_1 et P_2 de
points pris sur la normale en P à la surface et de part et d'aut
du plan tangent, et soient de même deux points Q_1, Q_2 sur la no
male en Q à la surface, pris dans l'un et l'autre diélectrique, l
distances P_1P_2 et Q_1Q_2 étant infiniment petites vis-à-vis de
distance PQ. Désignons par V le potentiel en P_1 et par $V + a$
le potentiel infiniment peu différent en Q_1. Le potentiel du point
peut différer d'une quantité finie de celui de P_1. On a vu, en effe
que de part et d'autre de la surface de séparation de deux condu
teurs, il y a un brusque saut de potentiel et, comme il n'existe p
de différence tranch' entre un diélectrique et un conducteur,

Supposons qu'un point M, chargé d'une quantité m d'électricite se déplace de P_1 en Q_1 ; le travail de la force électrique est

$$- m\,dV,$$

ou encore, puisque $F = m\varphi_1$,

$$m\varphi_1 \cos\omega\, dx,$$

ω représentant l'angle de la direction du champ φ_1 avec la direc tion P_1Q_1, et dx la distance infiniment petite P_1Q_1 (*fig.* 37) mais $\varphi_1 \cos\omega$ est la projection du champ sur la direction P_1Q_1 o ce qui revient au même, sur PX ; désignons-le par X_1 :

$$X_1 = \varphi_1 \cos\omega,$$

le travail est donc exprimé par

$$m X_1\, dx.$$

En égalant les deux expressions du travail, il vient

$$- m\,dV = m X_1\, dx,$$

d'où

$$- dV = X_1\, dx.$$

En répétant exactement le même raisonnement pour les points P et Q_2, on a

$$- dV = X_2\, dx,$$

X_2 étant la projection du champ φ_2 dans le deuxième diélectriqu sur PX ; on a donc

$$X_1 = X_2. \tag{1}$$

Ainsi les projections du champ en deux points de la normal nfiniment voisins P et P su une droite

oint infiniment voisin de cette surface pris dans le premier milie
l résulte de ce que nous venons de voir que *le plan d'inciden*
ontient aussi la direction du champ dans le deuxième milie
'est-à-dire le premier élément de la ligne de forces.

Soient α_1 et α_2 les angles que font avec la normale à la surfa
e séparation les directions du champ dans le premier et dans
econd milieu; ce sont l'*angle d'incidence* et l'*angle de réfra*
ion; on a, d'après la relation (1),

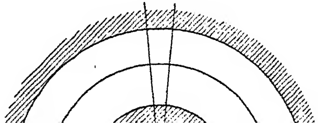
$$\varphi_1 \sin \alpha_1 = \varphi_2 \sin \alpha_2. \tag{2}$$

Ainsi, quand une ligne de forces traverse la surface de séparati
e deux diélectriques, *la composante tangentielle du chan*
'éprouve pas de discontinuité.

Occupons-nous maintenant des composantes normales.

Supposons d'abord que le champ tombe normalement à la su
ace de séparation; la composante tangentielle étant nulle dans
remier milieu, est nulle aussi dans le second d'après la rel
ion (2); donc le champ est aussi normal à la surface dans
euxième milieu. Décrivons autour du point considéré P une su
ace infiniment petite. En vertu du principe d'action de milieu,
elation cherchée ne peut dépendre que de ce qui se passe à l'i
érieur de cette petite surface; elle ne dépend pas, en particulie
u rayon de courbure de la surface de séparation; pour les mêm
aleurs K_1 et K_2 des pouvoirs inducteurs spécifiques, φ_1 du cham

Fig. 38.



la même valeur pour ρ_2. Il suffit donc d'établir la relation cher-
chée par un cas particulier.

Considérons pour cela deux sphères conductrices concentriques S et S' (*fig.* 38). dont l'intervalle est rempli par deux diélec-
triques homogènes séparés par une surface sphérique Σ concen-
trique aux précédentes. Soient K_1, K_2 les pouvoirs inducteurs spécifiques, ρ_1, ρ_2 les densités cubiques supposées constantes pour chacun des diélectriques, M et M' les quantités d'électricité ré-
parties à la surface externe de S et à la surface interne de S', M_1 et M_2 les quantités d'électricité qui existent à l'intérieur des dié-
lectriques ; en vertu de la loi de Faraday, on a

$$-M' = M + M_1 + M_2, \qquad \text{ou} \qquad M + M_1 + M_2 + M' = 0.$$

Tout étant symétrique par rapport au centre, les surfaces équi-
potentielles sont des sphères concentriques au système, et les lignes de force sont dirigées suivant les rayons. Considérons un cône d'ouverture quelconque et ayant son sommet au centre O. Les quantités m, m_1, m_2, m' d'électricité contenues dans ce cône sur les surfaces conductrices ou dans les diélectriques sont la même fraction des quantités correspondantes M, M_1, M_2, M'; on a donc aussi

$$m + m_1 + m_2 + m' = 0, \qquad (3)$$

et cela quels que soient les rayons des sphères. Supposons que ces rayons deviennent infiniment grands, l'épaisseur des diélectriques restant constante ; le tronc de cône devient un cylindre, les sur-

Fig. 39.

es conditions, les surfaces équipotentielles sont des plans para èles aux précédents, et les lignes de forces, des segments c roites perpendiculaires à ces plans. Prenons trois axes rectangu aires, l'un OZ dans la direction du champ, les deux autres para èles aux surfaces de séparation. La relation de Poisson

$$K\Delta V = -4\pi\rho,$$

e réduit à

$$K\frac{d^2V}{dz^2} = -4\pi\rho;$$

t comme

$$-\frac{dV}{dz} = Z,$$

 étant la projection du champ suivant OZ, c'est-à-dire ici la va eur même du champ, on a

$$(4) \qquad K\frac{dZ}{dz} = 4\pi\rho.$$

Appliquons cette relation au premier diélectrique et intégron 'un point A infiniment voisin de S à un point P_1 infiniment vo in de Σ, pris tous les deux sur OZ; on obtient, en désigna ar Z_0 et Z_1 les intensités du champ en A et P_1 et par e_1 l'épai eur de ce diélectrique,

$$K_1(Z_1 - Z_0) = 4\pi\rho_1 e_1.$$

De même, en appliquant la relation (4) au deuxième diélectriqu t en intégrant depuis un point P_2 infiniment voisin de la su ace Σ à un point A′ infiniment voisin de S′, l'un et l'autre pr ur OZ, on a, en désignant par Z_2 et Z' les intensités du cham n P_2 et en A′ et par e_2 l'épaisseur du deuxième diélectrique,

$$K_2(Z' - Z_2) = 4\pi\rho_2 e_2.$$

es conducteurs en A et en A′, on a

$$K_1 Z_0 = 4\pi\sigma,$$
$$K_2 Z' = -4\pi\sigma'.$$

Portons ces valeurs dans la relation (5) ; elle devient

$$K_1 Z_1 - K_2 Z_2 = 4\pi\left(\sigma + \sigma' + \frac{m_1}{s} + \frac{m_2}{s}\right),$$

ou

$$K_1 Z_1 - K_2 Z_2 = \frac{4\pi}{s}(m + m_1 + m_2 + m').$$

Donc, en vertu de la relation (3),

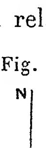
$$(6)\qquad K_1 Z_1 - K_2 Z_2 = 0, \qquad \text{ou} \qquad K_1 Z_1 = K_2 Z_2.$$

Ainsi, aux deux points P_1, P_2 infiniment voisins, et de part e
d'autre de la surface de séparation, les deux champs normaux
cette surface ne sont pas les mêmes, ils ont même direction e
même sens, mais leur intensité est en raison inverse du pouvoi
nducteur spécifique.

Nous rappelons que ceci reste encore exact, d'après le princip
d'action de milieu, quelle que soit la forme de la surface de sépa
ration et dans tous les cas possibles.

En résumé, nous venons de voir que lorsqu'une ligne de force
traverse la surface de séparation de deux diélectriques, la compo
sante tangentielle du champ n'éprouve pas de discontinuité, e
que, si le champ est normal à la surface de séparation, sa variatio
d'intensité est donnée par la relation (6). Pour passer de là a

Fig. 40.



lans le premier milieu en P et $P\Phi_2$ celui dans le second milie
φ_1 et φ_2 les intensités de ces champs, et α_1 et α_2 les angles qu'i
ont avec la normale PN (*fig.* 40).

Les composantes tangentielles ont même valeur $P\Phi'$, d'où

(2 *bis*) $$\varphi_1 \sin\alpha_1 = \varphi_2 \sin\alpha_2.$$

Les composantes normales sont

$$P\Psi_1 = \varphi_1 \cos\alpha_1 \qquad \text{et} \qquad P\Psi_2 = \varphi_2 \cos\alpha_2.$$

Considérons un deuxième état du système dans lequel le cham
st tangentiel au point P considéré dans l'un et l'autre milieu, e
ar conséquent, de même intensité; choisissons, en outre, cet ét
'e façon que le champ en P ait la même intensité que la compo
ante tangentielle $P\Phi'$ du champ précédent, mais lui soit diam
ralement opposé, ce qui est toujours possible. Superposons c
eux états : on en obtient un troisième dans lequel il n'y a pl
e composante tangentielle; il ne reste qu'un champ normal qui
récisément pour valeur dans le premier milieu

$$Z_1 = \varphi_1 \cos\alpha_1,$$

t dans le deuxième

$$Z_2 = \varphi_2 \cos\alpha_2.$$

Or, nous avons démontré qu'on a dans ce cas

$$K_1 Z_1 = K_2 Z_2,$$

'est-à-dire

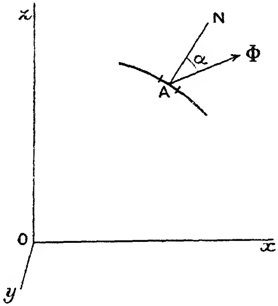
(7) $$K_1 \varphi_1 \cos\alpha_1 = K_2 \varphi_2 \cos\alpha_2,$$

elation qui, jointe à la relation (2 *bis*), indique comment le cham
e modifie dans le cas général.

14. **Flux d'induction.** — La notion de *flux d'induction* joue u
rès grand rôle dans les problèmes d'Électrostatique. En voici l
définition :

Considérons une surface quelconque tracée dans un cham
électrique, et prenons un élément A (*fig.* 41) de cette surfac
assez petit pour qu'on puisse le confondre avec le plan tangent e
que le champ soit le même en grandeur et direction en tous se
points.

Fig. 41.



Soient AN le sens choisi sur la normale comme sens positif
AΦ le champ, α l'angle de la direction positive de la normal
avec le champ, K le pouvoir inducteur spécifique du diélectriqu
au point A et ds l'aire de l'élément de surface considéré ; on appell
flux d'induction élémentaire à travers l'élément A, le produi

(1) $$dJ = K\varphi \cos\alpha \, ds.$$

K, φ et ds sont des quantités essentiellement positives, le flu
élémentaire a donc même signe que $\cos\alpha$. Si $\alpha = \frac{\pi}{2}$, le champ es
tangent à l'élément de surface et le flux est nul. Le sens positif d
a normale est arbitraire ; si on le change

surface par continuité :

$$J = \int K\varphi \cos\alpha \, ds \quad (2)$$ (1).

Pour trouver une expression analytique du flux d'induction, pr
nons trois axes rectangulaires (*fig.* 41) et soient λ, μ, ν les angl
que fait la normale AN avec ceux-ci, et X, Y et Z les projectio
du champ $A\Phi$ sur les axes de coordonnées; on a

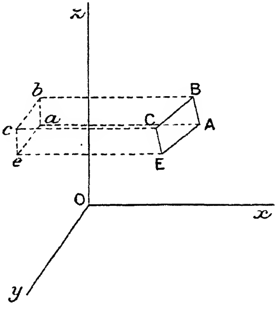
$$\varphi \cos\alpha = X\cos\lambda + Y\cos\mu + Z\cos\nu,$$

d'où

$$(3)\quad J = \int K\varphi\cos\alpha\, ds = \int KX\cos\lambda\, ds + \int KY\cos\mu\, ds + \int KZ\cos\nu\, d$$

Le mode de décomposition de la surface en éléments est sa
influence, comme on le sait, sur le résultat d'une intégration; d
composons l'espace considéré par des plans parallèles à xoz
par des plans parallèles à xoy et infiniment voisins les uns d
autres (*fig.* 42). Soit *abce* la section d'un des prismes ainsi form

Fig. 42.



par le plan yoz; ce même prisme coupe la surface considérée su
vant l'élément ABCE. Désignons *ae* par dy et *ab* par dz; la su

de $\cos\lambda\, ds$: or, cette projection étant *abce* a aussi pour valeur a solue $dy\, dz$; on a donc :

$$\cos\lambda\, ds = \pm\, dy\, dz,$$

d'où

$$\int \mathrm{KX} \cos\lambda\, ds = \pm \int\int \mathrm{KX}\, dy\, dz.$$

On mettra le signe + si la partie positive de la normale à l'éléme de surface considéré fait avec l'axe ox un angle aigu, le signe — l'angle est obtus.

Une démonstration analogue, mais dans laquelle le mode de d composition en éléments se fait par des prismes à arêtes parallèl soit à oy, soit à oz, donne

$$\int \mathrm{KY} \cos\mu\, ds = \pm \int\int \mathrm{KY}\, dz\, dx$$

et

$$\int \mathrm{KZ} \cos\nu\, ds = \pm \int\int \mathrm{KZ}\, dx\, dy,$$

avec des remarques analogues pour le signe à prendre. De cett façon, la relation (3) peut s'écrire

$$(4) \qquad \mathrm{J} = \int\int \mathrm{K}(\mathrm{X}\, dy\, dz + \mathrm{Y}\, dz\, dx + \mathrm{Z}\, dx\, dy).$$

Comme on a

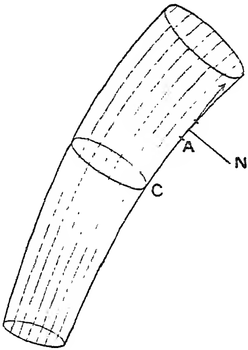
$$\mathrm{X} = -\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}, \qquad \mathrm{Y} = -\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial y}, \qquad \mathrm{Z} = -\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial z},$$

la relation (4) peut encore s'écrire

$$\mathrm{J} = -\int\int \mathrm{K}\left(\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}\, dy\, dz + \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial y}\, dz\, dx + \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial z}\, dx\, dy\right).$$

quelconque A de celle-ci, le champ est tangent à la surface; do

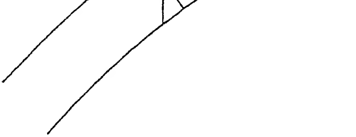
Fig. 43.



os$\alpha = 0$ et $d\mathrm{J} = 0$. C'est cette propriété qui rend utile la cons ération des tubes de forces.

16. Flux d'induction à travers un tube de forces. — Consid ons un tube de forces de section infiniment petite; soit A u oint quelconque à l'intérieur (*fig.* 44); on peut, par ce point, fai

Fig. 44.



Menons la section droite S'; soient ds' sa surface et dJ' le flux d'in-
duction à travers cette section; on a

$$dJ' = K\varphi\, ds'.$$

Mais le tube étant supposé à section infiniment petite :

$$\cos\alpha\, ds = ds',$$

d'où

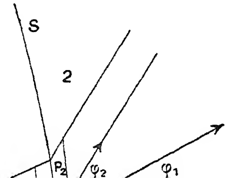
$$dJ = dJ'.$$

Ce flux d'induction, qui a la même valeur pour toutes les sec-
tions passant par un même point, s'appelle le *flux d'induction à
travers le tube de forces* pour ce point.

Lorsqu'un tube traverse la surface de séparation S de deux di-
électriques, il y a réfraction de ses génératrices (*fig.* 45). Par deux
points P_1 et P_2 infiniment voisins, pris de part et d'autre de
la surface S et contenus à l'intérieur d'un tube de forces de
section infiniment petite, menons deux plans parallèles au plan
tangent à la surface S au point où le tube de forces la coupe.
Les flux d'induction dJ_1 et dJ_2 à travers les éléments de surface
égaux P_1 et P_2 découpés par ces plans dans le tube de forces
sont donnés, avec les notations habituelles, par

$$dJ_1 = K_1\varphi_1 \cos\alpha_1\, ds,$$
$$dJ_2 = K_2\varphi_2 \cos\alpha_2\, ds.$$

Fig. 45.



donc

$$dJ_1 = dJ_2.$$

Le flux d'induction à travers un tube de forces n'éprou aucune discontinuité en traversant la surface de séparatio de deux diélectriques.

17. **Théorème de Gauss.** — Considérons, dans un champ élec rique, une surface fermée quelconque; désignons par M la somm lgébrique des quantités d'électricité qui sont à l'intérieur, et par e flux d'induction total à travers la surface fermée en prenan omme sens positif de la normale le sens de l'intérieur vers l'ex érieur. On a la relation fort simple

$$J = 4\pi M. \tag{1}$$

C'est cette relation qui constitue le *théorème de Gauss*.

Considérons d'abord le cas d'une surface fermée prise to ntière à l'intérieur d'un diélectrique homogène et ne contenan pas de conducteur à son intérieur. Pour démontrer le théorèm nous allons nous servir de la *formule de Green* (*Voir* la Note la fin du Volume)

$$\begin{aligned}
&\iiint U\,\Delta V\,dx\,dy\,dz \\
&\quad = \iint U\left(\frac{\partial V}{\partial x}\,dy\,dz + \frac{\partial V}{\partial y}\,dz\,dx + \frac{\partial V}{\partial z}\,dx\,dy\right) \\
&\qquad - \iiint\left(\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial V}{\partial z}\right)dx\,dy\,dz,
\end{aligned}$$

où U et V sont deux fonctions continues des coordonnées x, y, t ΔV la laplacienne de V. La première et la troisième intégra s'étendent à tous les éléments de volume parallélépipédiques e

la première intégrale devient

$$-4\pi \int\int\int \rho\, dx\, dy\, dz = -4\pi \text{M}.$$

La deuxième intégrale devient

$$\int\int \text{K}\left(\frac{\partial \text{V}}{\partial x} dy\, dz + \frac{\partial \text{V}}{\partial y} dz\, dx + \frac{\partial \text{V}}{\partial z} dx\, dy\right),$$

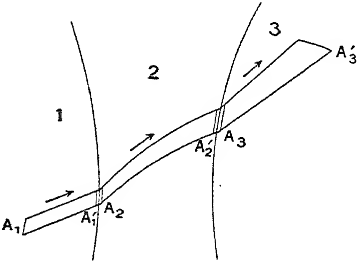
elle représente précisément le flux d'induction chang
à travers toute la surface fermée (n° 14), c'est-à-dire
partie positive de la normale est tournée vers l'exte
surface fermée.

Quant à la troisième elle est nulle, puisque U éta
constante $\frac{\partial \text{U}}{\partial x} = \frac{\partial \text{U}}{\partial y} = \frac{\partial \text{U}}{\partial z} = 0$. La formule de Green d

$$\text{J} = 4\pi \text{M}.$$

Nous allons maintenant étendre cette relation au ca
lectrique hétérogène, formé par la juxtaposition de d
homogènes. Considérons un tube de forces infiniment
versant plusieurs des surfaces de séparation (*fig.* 46);

Fig. 46.



ar les flèches. Avec cette convention appelons dJ_1, dJ'_1, dJ_2, dJ'_2 J_3, les flux d'induction à travers les sections A_1, A'_1, A_2, A'_2, A_3

théorème de Gauss, appliqué au premier tronçon homo-ène $A_1A'_1$ du tube de forces, donne, en remarquant que l ux d'induction à travers cette surface fermée se réduit à celu ui traverse les deux bases, et que, pour l'application du théo ème de Gauss, la partie positive de la normale étant tournée ver extérieur de la surface fermée, le flux d'induction pour l'élémen e surface A_1 est alors $-dJ_1$ et $+dJ'_1$ à travers l'élément d urface A'_1 :

$$-dJ_1 - dJ'_1 = 4\pi\, dM_1,$$

M_1 étant la quantité d'électricité comprise à l'intérieur du pre nier tronçon $A_1A'_1$. On aura de même

$$-dJ_2 + dJ'_2 = 4\pi\, dM_2,$$
$$-dJ_3 + dJ'_3 = 4\pi\, dM_3,$$

)r nous avons vu (n° 16) qu'on a

$$dJ'_1 = dJ_2,$$
$$dJ'_2 = dJ_3,$$

dditionnons les égalités précédentes; en simplifiant, il vient

$$-dJ_1 + dJ'_3 = 4\pi(dM_1 + dM_2 + dM_3) = 4\pi\, dM.$$

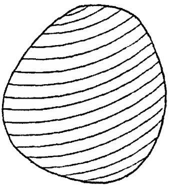
Si l'on représente maintenant par dJ le flux d'induction à tr vers le premier élément terminal (A_1), mais en prenant pour pa tie positive de la normale celle qui est tournée vers l'extérieur c ronçon (ce qui revient à appeler dJ ce que nous avons appe jusqu'ici $-dJ_1$) et dJ' le flux d'induction à travers le dernier él ment terminal (A'_3) avec la même convention pour la partie pos ive de la normale ($dJ' = dJ'_3$), on a

rogène à variations continues, et la relation (2) est encore appl
cable.

Elle reste encore exacte, quelque diluée ou condensée que so
l'électricité, et, par conséquent, même si entre deux plans infin
ment voisins se trouve une quantité finie d'électricité par unit
de surface. Elle pourra donc encore être appliquée au cas où l
diélectriques présentent, par suite d'une polarisation, des couch
électriques à leur surface limite (Chap. VIII, n° 6) [1].

Ce point établi, pour démontrer le théorème de Gauss dans
cas d'une surface quelconque contenant un diélectrique homogèn
ou hétérogène, on décompose le volume en une infinité de tub
de forces de sections infiniment minces (*fig.* 47), on appliqu

Fig. 47.



à chacun de ces tubes la relation (2), et en faisant la somme de
égalités membre à membre, on obtient

$$\int (dJ + dJ') = 4\pi \int dM,$$

ou

$$J = 4\pi M.$$

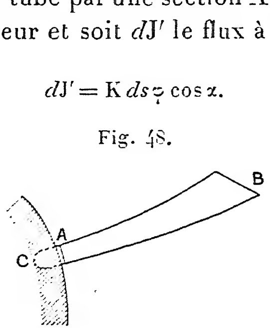
Le théorème de Gauss a été démontré dans le cas où la surface
enveloppe ne renferme pas de conducteur ; nous allons voi

u'il est tout à fait général et que la relation $J = 4\pi M$ s'ap lique encore si la surface renferme des conducteurs ou en ren ntre.

Supposons un tube de forces infiniment mince limité, à l'un e ses extrémités, par un conducteur électrisé positivemen *fig.* 48). Coupons le tube par une section A infiniment voisine d a surface du conducteur et soit dJ' le flux à travers cette surface n a

$$dJ' = K\,ds\,\varphi \cos\alpha.$$

Fig. 48.



Dr si nous considérons, comme toujours, la partie positive de ormale à l'élément A tournée vers l'extérieur du tube de force n a ici $\cos\alpha = -1$; d'où

$$dJ' = -K\varphi\,ds.$$

D'après la loi de Coulomb,

$$K\varphi = 4\pi\sigma,$$

l'où, en remplaçant dans l'égalité précédente,

$$dJ' = -4\pi\sigma\,ds = -4\pi\,dM_2, \tag{3}$$

dM_2 représentant la quantité d'électricité située à la surface d onducteur dans l'intérieur du tube. La relation (3) est enco

et, en vertu de (3),

$$dJ = 4\pi(dM_1 + dM_2). \tag{4}$$

Prolongeons les lignes de forces du tube à l'intérie
teur, jusqu'à ce qu'elles cessent, et fermons le tub
par une surface quelconque C située tout entière
du conducteur où le champ est nul. Nous dirons qu'
forces se perd dans le conducteur. Le flux d'inductic
surface C est nul; d'autre part, la quantité d'élec
contenue dans le tube est

$$dM_1 + dM_2 = dM.$$

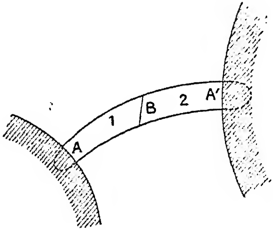
Le flux total se réduit à celui qui traverse la sectic
d'après (4) :

$$dJ = 4\pi\, dM. \tag{5}$$

Le théorème de Gauss s'applique donc à un tube d
une extrémité se perd dans un conducteur.

Considérons encore le cas où les deux extrémités
forces infiniment mince se perdent dans des conducte
et A′ ces deux conducteurs (*fig.* 49). Coupons le
surface quelconque B; nous séparons ainsi deux tron
auxquels la relation (5) est applicable.

Fig. 49.



dJ_2 représentant le flux à travers B, la normale étant tournée e ens contraire du précédent. Mais

$$dJ_1 = - dJ_2,$$

onc

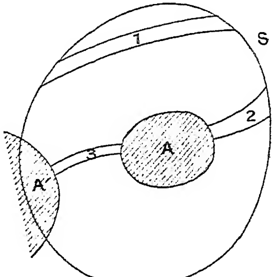
$$4\pi(dM_1 + dM_2) = dJ_1 + dJ_2 = 0.$$

Ainsi la quantité d'électricité contenue à l'intérieur d'un tub e forces qui se perd par les deux bouts dans des conducteurs e ulle. Ce théorème est fort important en lui-même.

En particulier, si le diélectrique interposé entre les conducteu 'est pas électrisé, comme il arrive en général pour l'air, il e ésulte que les deux quantités d'électricité à la surface des co ucteurs comprises dans le tube ont une somme nulle : *les bases d ube sont chargées de quantités d'électricité égales, mais a ignes contraires.*

Considérons maintenant le cas le plus général où une surfac nveloppe SS (*fig.* 50) renferme des conducteurs tels que A,

Fig. 50.



eut rencontrer la surface de quelques-uns d'entre eux, tels que A)écomposons tout le volume par des tubes de forces infinime

Pour les tubes de première espèce, le flux d'induction à traver les extrémités situées sur la surface S, la normale étant dirigé vers l'extérieur, est donné par la relation de Gauss

$$dJ + dJ' = 4\pi dM;$$

en faisant la somme pour tous les tubes de cette espèce, on a

$$(6)\qquad \Sigma_1 dJ = 4\pi\Sigma_1 dM.$$

A travers les tubes de seconde espèce, le flux d'induction s réduit à celui qui traverse l'élément de la surface qui termine l tube sur la surface S et l'on a

$$dJ = 4\pi dM;$$

en faisant la somme pour tous les tubes de cette espèce, on a

$$(7)\qquad \Sigma_2 dJ = 4\pi\Sigma_2 dM.$$

Pour les tubes de troisième espèce, le flux d'induction total es nul ainsi que la somme des quantités d'électricité correspondantes Enfin, pour la région de S qui peut être située à l'intérieur d'u conducteur A', le champ étant nul, le flux d'induction l'est aussi

En additionnant membre à membre les relations (6) et (7), l premier membre exprime donc le flux d'induction total J travers la surface fermée S et le second membre la somme algé brique M des quantités d'électricité contenue à l'intérieur de l surface S multipliée par 4π; d'où la relation

$$J = 4\pi M,$$

qui représente le théorème de Gauss dans toute sa généralité.

18. Conséquences du théorème de Gauss. — Généralisation d la relation de Poisson. — Les conséquences du théorème d

d'un point à un autre, K est une fonction des coordonnées x, y et z. En appliquant le théorème de Gauss à un parallélépipède élémentaire ayant ses arêtes parallèles aux axes de coordonnées, on obtient directement la relation

$$(1) \qquad \frac{\partial(KX)}{\partial x} + \frac{\partial(KY)}{\partial y} + \frac{\partial(KZ)}{\partial z} = 4\pi\rho.$$

C'est la relation de Poisson généralisée.

Considérons un tube de forces infiniment étroit, limité par deux sections quelconques, et convenons de tourner la normale, pour chaque section, toujours dans le même sens, pour évaluer les flux d'induction dJ et dJ' à travers ces sections.

Le théorème de Gauss donne alors

$$-dJ + dJ' = 4\pi\, dM.$$

Si le tube ne renferme pas d'électricité, $dM = 0$, et par suite

$$dJ = dJ'.$$

Ainsi,

Quand un tube ne renferme pas d'électricité, le flux d'induction à travers une section quelconque est le même.

Comme, par définition,

$$dJ = K\,\varphi\, ds \cos\alpha,$$
$$dJ' = K'\varphi'\, ds' \cos\alpha',$$

on a dans ce cas

$$(2) \qquad K\varphi\, ds \cos\alpha = K'\varphi'\, ds' \cos\alpha';$$

$K\varphi\, ds$ et $K'\varphi'\, ds'$ sont des quantités essentiellement positives; il faut donc que $\cos\alpha$ et $\cos\alpha'$ soient de même signe; les deux angles sont donc ou tous deux aigus ou tous deux obtus : le champ a l

Si le diélectrique est homogène,

$$K = K'$$

et l'on a

$$\varphi\, ds = \varphi'\, ds' \qquad \text{ou} \qquad \frac{\varphi}{\varphi'} = \frac{ds'}{ds}.$$

Ainsi :

En chaque point d'un tube de forces traversa homogène non électrisé, l'intensité du champ e inverse de sa section droite.

Nous venons de voir que, sur une ligne de forces un milieu non électrisé, le champ a toujours même vant ce sens sur la ligne de forces, le potentiel dimi ment, comme nous l'avons vu (Chap. II, n° 18); pa tous les points d'une ligne de forces traversant un mil trisé sont à des potentiels différents.

Cette remarque a de nombreuses conséquences.

Dans un milieu non électrisé, une ligne de forc fermer sur elle-même, ni se couper, ni rencontr une même surface équipotentielle, puisque les poi dans les deux premiers cas, et les extrémités, da devraient avoir des potentiels différents, ce qui est i

En particulier, une ligne de forces qui part d'un ductrice en équilibre électrique ne peut revenir à ce

Considérons une ligne de forces qui aboutit à la su conducteurs A et A′ en équilibre électrique. Si le mi diaire n'est pas électrisé, le champ a toujours mêm long de cette ligne. Nous dirons que la ligne de forc surface pour laquelle le champ est dirigé vers l'extéri à la surface pour laquelle le champ est dirigé vers en résulte que

Dans un diélectrique non électrisé, il n'y a ni maximum, ni
minimum de potentiel. Supposons, en effet, qu'il existe une région où le potentiel est constant et plus grand que partout ailleurs; traçons autour de cette région une surface équipotentielle S infiniment voisine de la limite de celle-ci. En tout point de cette surface, le champ serait normal et dirigé vers l'extérieur, puisque tel serait le sens des potentiels décroissants. Il en résulterait que le flux d'induction J à travers S ne serait pas nul, ce qui est impossible, d'après le théorème de Gauss, puisque la charge électrique M à l'intérieur de S est nulle. Une démonstration analogue montre qu'il ne peut y avoir de régions où le potentiel est constant et plus petit que partout ailleurs.

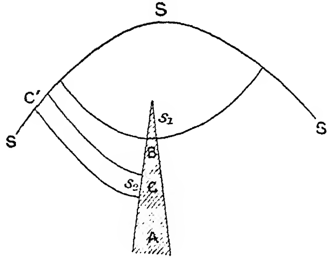
Puisque cette propriété subsiste quelque petit que soit le volume que nous venons de considérer, il n'y a pas non plus de surfaces ou de points isolés présentant un maximum ou un minimum de potentiel.

19. **Pouvoir des pointes.** — Comme application des résultats précédents, nous allons montrer qu'en se rapprochant d'une pointe ou d'une arête conductrice, la densité électrique superficielle augmente indéfiniment. Nous supposons que le diélectrique environnant n'est pas électrisé et qu'il n'y a pas vis-à-vis de la pointe de surface conductrice au même potentiel.

La surface du conducteur A est une surface équipotentielle. Considérons une autre surface équipotentielle SSS à une certaine distance dans le diélectrique environnant et dont le potentiel est différent de celui du conducteur (*fig.* 51). Traçons au-dessous de la pointe un petit contour B, et soit s_1 la surface du conducteur comprenant la pointe ainsi détachée. Menons les lignes de force en chaque point de ce contour B; elles partent normalement et vont découper sur SSS une surface notablement plus grande que s_1

située sur la surface s_1; en appliquant le théorème de Gauss a
volume limité par la surface SSS, la surface formée par l'ensemb

Fig. 51.



des lignes de forces partant du contour B et par une section mené
par B dans le conducteur A, on a

$$J_1 = 4\pi M_1.$$

Découpons de même une petite surface s_2 en un autre point
du conducteur A, et menons le tube de forces correspondant;
découpe sur la surface SSS une section C′; en désignant par J
le flux d'induction à travers C′ et par M_2 la quantité d'électricit
répandue sur la surface s_2 en C, on a de même

$$J_2 = 4\pi M_2.$$

Divisant membre à membre les deux relations, il vient

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{M_1}{M_2},$$

d'où

$$\frac{J_1 s_2}{J_2 s_1} = \frac{M_1 s_2}{M_2 s_1} = \frac{\frac{M_1}{s_1}}{\frac{M_2}{s_2}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2},$$

en désignant par σ_1 et σ_2 le densités électriques moyennes sur l

$_1$ reste fini, J_2 et s_2 fixes et s_1 tend vers zéro; par conséquent apport $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ tend vers l'infini.

Le même raisonnement montre que sur une arête vive d'un cor lucteur électrisé la densité électrique est infinie par rapport à qu'elle est en un autre point de ce conducteur.

Nous venons de raisonner dans le cas d'une pointe infinime iguë ou d'une arête infiniment vive. Les pointes ou les arêtes qu 'on peut réaliser sont toujours plus ou moins émoussées; p onséquent, nous pouvons seulement conclure de là que sur u pointe ou une arête conductrice la densité électrique est consid able par rapport à un autre point du conducteur.

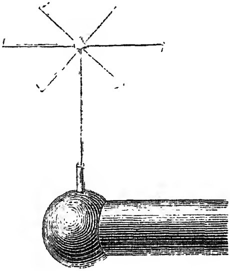
Si la densité en un point d'un conducteur est notable, el levient énorme sur une pointe ou une arête qu'il présente; il st donc de même du champ électrique dans le voisinage de pointe ou de l'arête et il doit se produire des étincelles électriqu ntre le conducteur et les particules d'air environnantes. Ces pa icules d'air ainsi électrisées sont entraînées par le champ et fuie a pointe; elles sont alors remplacées par d'autres qui s'électrise leur tour et fuient de même, produisant ainsi un souffle, un *ve lectrique* pendant que le conducteur se décharge.

Le vent électrique, très sensible à la main, peut être montré out un auditoire en plaçant la flamme d'une bougie vis-à-vis d'u pointe conductrice communiquant avec une machine électrique; amme est soufflée et peut même être éteinte par le vent venant a pointe.

Quand il y a vent électrique, tout se passant comme si la poin epoussait les particules d'air électrisées, en vertu de l'égalité action et de la réaction, la pointe est soumise à une répulsion e ens inverse. On le montre aisément au moyen du petit appare

Lorsque l'électricité s'échappe ainsi par une pointe, il y a pro-duction d'un phénomène lumineux dû à l'ensemble des étincelle

Fig. 52.



entre les particules d'air, ou entre celles-ci et la pointe. Dans le ca d'un conducteur chargé positivement, le phénomène se présent sous forme d'une aigrette ramifiée partant de la pointe. Si l conducteur est chargé négativement, c'est seulement un poin brillant que l'on voit à l'extrémité de la pointe.

Lorsque la charge du conducteur muni d'une pointe n'est pa renouvelée, son électrisation diminue à cause de l'électricité en levée par les particules d'air électrisées ; le conducteur perd ainsi l plus grande partie de son électricité. Aussi doit-on toujours évite les pointes et les arêtes vives à la surface des conducteurs qu doivent conserver une charge électrique.

Considérons une pointe P dont la charge se renouvelle et plaçon vis-à-vis un corps conducteur A isolé et primitivement à l'éta neutre (*fig.* 53). La pointe étant électrisée positivement, pa

Fig. 53.

a pointe ayant une électrisation de signe contraire, négative dan
otre supposition. Les particules d'air électrisées positivement pa
a pointe obéissent au champ et se dirigent de la pointe vers
onducteur A, lui apportant leurs charges positives, en sorte que
onducteur isolé se trouve électrisé positivement. Le mouvemen
'arrête quand le champ est trop faible à la pointe pour pro
uire les petites étincelles d'où résulte le vent électrique, c'es
-dire quand le conducteur isolé est sensiblement au même poten
iel que la pointe.

Si le conducteur qui porte la pointe était chargé négativemen
e même raisonnement montrerait que le conducteur isolé doit s
harger négativement.

Le phénomène est encore le même si c'est le conducteur iso
ui est muni de la pointe : par les phénomènes d'influence et d
ent électrique, l'électricité de nom contraire à celle du corp
lectrisé diminue et le conducteur isolé se trouve chargé de
nême électricité que lui. La pointe soutire en quelque sorte l'éle
ricité du corps électrisé placé en face.

Si le conducteur muni de la pointe n'est pas isolé, il déchar
resque complètement un conducteur électrisé placé en face de
ointe.

Tous ces phénomènes de charge ou de décharge produits p
es pointes se démontrent très facilement par l'expérience.

C'est le physicien Franklin qui le premier a établi par l'expé
ience le *pouvoir des pointes*.

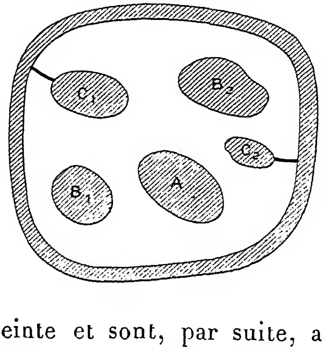
CHAPITRE V.

PHÉNOMÈNES D'INFLUENCE. — CAPACITÉ ÉLECTRIQUE.

Quoique nous ayons déjà étudié en partie les phénomèn d'influence, nous allons ici nous en occuper plus particulièr ment.

1. **Théorème fondamental de l'influence électrique.** — Cons dérons une enceinte conductrice et à l'intérieur de celle-ci diff rents corps conducteurs (*fig.* 54); les uns, C_1, C_2, ..., comm

Fig. 54.



niquent avec l'enceinte et sont, par suite, au même potentie qu'elle; d'autres, B_1, B_2, ..., sont isolés et possèdent autant de deux électricités; enfin un seul conducteur, A, possède un excè d'électricité positive; quant au diélectrique qui entoure les con ducteurs, il est homogène ou hétérogène, mais non électrisé.

1° *Le potentiel de A est plus élevé que celui de l'enceinte.*

En effet, A possédant un excès d'électricité positive présent quelque part une densité superficielle positive; de cette régio part une ligne de forces qui aboutit à l'enceinte ou à l'un des con ducteurs isolés B_1, B_2, ...; dans ce dernier cas, au point d'ar rivée de la ligne de forces, il y a de l'électricité négative, e comme ce conducteur possède autant des deux électricités, il y aussi une région dont la densité superficielle est positive. D cette région part une ligne de forces qui ne peut revenir sur l corps A et, par suite, aboutit à l'enceinte ou à l'un des autre conducteurs isolés, et ainsi de suite; de sorte que, finalemen ne pouvant revenir sur l'un des conducteurs B considérés, le lignes de forces finissent par aboutir à l'enceinte ou à l'un de conducteurs C qui y sont reliés. Si l'on suit l'ensemble de ce lignes de forces depuis A, en passant par les conducteurs suc cessifs, le potentiel diminue constamment (Chap. IV, n° 18 donc le potentiel de A est plus élevé que celui de l'enceinte.

2° *Aucune partie de l'enceinte ou des conducteurs* C *n peut être électrisée positivement.*

Si, en effet, une de ces régions présentait une densité superf cielle positive, sur une ligne de forces partant de là pour about au corps A soit directement, soit par l'intermédiaire de différen corps B, le potentiel irait en décroissant; et, par suite, A serait un potentiel moins élevé que l'enceinte, ce qui est contraire à c que nous venons de voir; il n'y a donc pas d'électricité positi sur l'enceinte ou sur les conducteurs C.

3° *Aucun point de A ne peut être chargé négativemen*

Une démonstration par l'absurde, calquée sur la précédent le montre immédiatement.

non électrisé, de maximum ou de minimum de potentiel (Chap. I n° 18), le champ tout autour du conducteur serait dirigé ve l'intérieur; donc tous les points de sa surface seraient charg négativement, ce qui est contraire à l'hypothèse.

Le potentiel de B ne peut pas davantage être égal à celui l'enceinte. En effet, la démonstration précédente (n° 2) montra qu'aucun point de l'enceinte n'est électrisé positivement lui sera applicable. D'autre part, il y aurait, au voisinage de B supposé a même potentiel que l'enceinte, une surface équipotentielle do le potentiel serait supérieur à celui de B; donc B aurait en u certain point une densité négative et connue, il ne pourrait avo d'électricité positive, il présenterait un excès d'électricité néga tive, ce qui est encore contraire à l'hypothèse.

On démontrerait de même qu'aucun des conducteurs isolés n peut être à un potentiel supérieur ou égal à celui de A.

Les potentiels de B_1, B_2, ... sont donc intermédiaires entr celui de l'enceinte et celui de A.

5° *La surface de* A *est au plus haut potentiel.*

Car, dans le diélectrique, il n'y a pas de maximum de poten iel, et pour toute ligne de forces qui part de A le potentiel es lécroissant.

6° *Le potentiel d'un point* P *quelconque du champ est po itif, si l'on prend comme zéro de potentiel le potentiel d 'enceinte.*

En effet, les conducteurs A, B_1, B_2, ... sont à des potentiel ositifs. Par un point P quelconque du champ passe une ligne le forces qui va soit de l'enceinte à un des conducteurs positifs oit d'un de ces conducteurs à un autre. En tout point d'une ligne e forces qui traverse un milieu non électrisé, le potentiel étan

1° *Le potentiel de A est inférieur à celui de l'enceinte.*

2° *Aucune partie de l'enceinte ou des conducteurs C n*
eut être électrisée négativement.

3° *Aucun point de A ne peut être électrisé positivement.*

4° *Les conducteurs isolés sont à des potentiels interm*
liaires à celui de A et à celui de l'enceinte.

5° *La surface de A est au plus bas potentiel.*

6° *En prenant pour zéro le potentiel de l'enceinte, cel*
l'un point quelconque du champ est négatif.

Supposons maintenant que le corps conducteur A n'existe pa
nais que cette région A soit occupée par un diélectrique charg
ntièrement d'une même électricité, que nous supposerons d'abor
ositive pour fixer les idées, toutes les autres conditions resta
es mêmes.

Considérons une surface fermée S infiniment voisine de la su
ace A menée dans le diélectrique non électrisé. Puisque A e
ntièrement chargé d'électricité positive, un point électrisé pos
ivement mis n'importe où sur la surface S est soumis à une for
irigée vers l'extérieur de cette surface; autrement dit : e
haque point de S passe une ligne de forces sur laquelle le se
u champ est tourné vers l'extérieur de S. Cette surface S n'e
as nécessairement une surface équipotentielle; mais on pe
ener une surface α fermée, contenant la région électrisée
son intérieur, voisine de S, et par conséquent de A, qui coup
angle droit toutes les lignes de forces qui partent de A, et q
st, par conséquent, une surface équipotentielle.

Il en est de même, bien entendu encore, si le diélectrique
st entièrement chargé d'électricité négative.

Cette surface équipotentielle α joue le même rôle que la su

Considérons maintenant le cas particulier où tous les condu-
teurs isolés possèdent autant des deux électricités et où le diéle
trique n'est pas chargé.

1° *La densité électrique est nulle partout à la surface d*
conducteurs. — En effet, si à la surface d'un des conducteurs
densité électrique n'était pas nulle, une ligne de forces partira
de cette région, ou y aboutirait; il y aurait variation du potenti
le long de cette ligne et, par suite, dans le milieu considéré; comm
il n'y a pas de maximum ou de minimum de potentiel dans u
diélectrique non électrisé, il faudrait qu'une des surfaces conduc
trices présentât un potentiel plus grand ou plus petit que parto
ailleurs. Alors, d'après les raisonnements précédents, tous le
points de sa surface seraient électrisés positivement ou tous néga
tivement; il y aurait, dans ce cas, excès de l'une des deux électr
cités, ce qui est contraire à l'hypothèse.

La densité électrique est donc nulle partout à la surface de
conducteurs.

2° *Partout, à l'intérieur de l'enceinte, le champ est nul.* —
En effet, s'il n'était pas nul, il y aurait des lignes de forces relian
deux conducteurs; au point de départ, le conducteur serait élec
trisé positivement, et au point d'arrivée, le conducteur serait élec
trisé négativement, ce qui est contraire à ce que nous venons d
démontrer.

3° *Le potentiel est partout le même,* puisque le champ es
nul partout.

Ainsi, pas d'électrisation, champ nul, potentiel constant.

2. Équilibre dans la superposition de plusieurs états d'équilibre

tat dans lequel les charges sont partout les mêmes en grandeu
nais sont changées de signe, le nouvel état est encore un éta
'équilibre.

Il résulte de ce qui précède qu'en multipliant partout les charge
'un état d'équilibre par un même facteur n quelconque, on ol
ent encore un état d'équilibre, sous la réserve des étincelle
appelons que, dans ce nouvel état, les différences de potenti
ont aussi multipliées par le même facteur n.

Remarque. — Tout ce que nous venons de dire sur la supe
osition ne s'applique évidemment pas aux couches électrique
oubles qui existent à la surface de contact de deux conducteu
e nature différente; celles-ci, ne dépendant que de la substanc
es conducteurs, ne peuvent être ni augmentées, ni diminuées. I
uperposition ou la multiplication par un facteur n des charg
e doit s'entendre que de celles qui existent à la surface des con
ucteurs et dans les diélectriques.

3. **Un seul état d'équilibre dans des conditions déterminées.** -
*Dans des conditions déterminées de charge en chaque poi
les diélectriques et de potentiel pour les conducteurs, il n'y
u'un seul état d'équilibre possible.*

Supposons le système renfermé dans une enceinte conductric
omogène et les conducteurs homogènes aussi, les diélectriqu
tant quelconques.

Admettons que, dans les conditions de l'énoncé, il puisse
voir deux états d'équilibre différents (1) et (2), tels qu'en un point
e la surface d'un conducteur il y ait deux densités superficielles
t σ_2. Prenons un troisième état (3), qui diffère du premier en
ue partout les charges sont changées de signe en conservant
nême grandeur; cet état (3) est un état d'équilibre, où en A la de
ité est $-\sigma_1$. Superposons les états (3) et (2); nous obtiendrons

le l'enceinte. Dans ces conditions, nous avons vu (nº 1) que l. densité électrique superficielle en tous les points des conducteur est nulle. Or, en A, par suite de la superposition, la densité es $\sigma_2 - \sigma_1$; on a donc

$$\sigma_2 - \sigma_1 = 0 \quad \text{ou} \quad \sigma_2 = \sigma_1.$$

Ainsi, dans ces deux états d'équilibre supposés (1) et (2) le densités superficielles sont partout les mêmes : ces deux état sont donc identiques.

On peut démontrer encore rigoureusement qu'il en est d même si les conducteurs sont hétérogènes; comme cette démons ration est un peu plus longue et que la proposition est à peu prè évidente, nous ne la donnerons pas.

Faisons remarquer, enfin, que la proposition subsiste quelqu vaste que soit l'enceinte conductrice.

Nous allons développer quelques-unes des conséquences de théorèmes précédents.

4. Variation du potentiel par l'addition d'une charge. — Si l'o ajoute de l'électricité positive dans une partie quelconque d'u système, le potentiel est partout augmenté et l'augmentatio maxima a lieu à l'endroit même où la charge a été ajoutée.

Pour démontrer cette proposition, considérons un diélectriqu quelconque et des charges quelconques dans les diélectriques o sur les conducteurs. Soit A la région où l'on doit ajouter d l'électricité. Désignons par V_1 le potentiel en un point K quel conque.

Considérons un deuxième état d'équilibre où A est chargé posi tivement d'une quantité égale à celle que l'on doit ajouter dan l'état précédent, les conducteurs isolés de l'enceinte $B_1 B_2 \ldots$ pos sédant autant des deux électricités, et le diélectrique n'étant pa électrisé. Soit V_2 le potentiel de K; V_2 est positif d'après le

'état (1) que par la quantité d'électricité positive ajoutée en A; proposition énoncée est donc démontrée.

Si l'on ajoutait en A une quantité d'électricité négative, démontrerait de même que les potentiels sont partout diminués que la plus grande diminution est à l'endroit où a été ajout 'électricité négative.

5. **Cas d'un seul conducteur à l'intérieur d'une enceinte co luctrice.** — Quand un seul conducteur A est à l'intérieur d'u nceinte conductrice, renfermant un diélectrique non électrisé, e potentiel de A est plus élevé que celui de l'enceinte, il ne pe tre chargé négativement, ni posséder autant des deux électricité l a donc un excès d'électricité positive.

De même, si A est à un potentiel inférieur à celui de l'enceint l est chargé négativement.

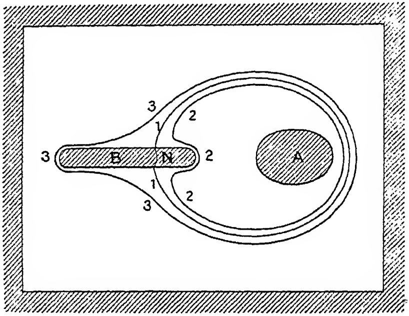
Si A est au même potentiel que l'enceinte, il possède auta es deux électricités et la densité électrique est nulle en tous l oints de sa surface (n° 1).

Les réciproques de ces propositions sont évidentes.

6. **Cas des expériences classiques pour montrer les phénomèn 'influence.** — Nous allons considérer maintenant le cas ordinai es expériences classiques pour établir les phénomènes d'influenc l'intérieur d'une salle formant enceinte conductrice se trou n conducteur B cylindrique isolé, possédant autant des deu ectricités (*fig.* 55); à côté est placé un corps de forme que onque A, conducteur ou isolant, électrisé et que nous suppo erons chargé positivement pour fixer les idées. Quant à l'a nvironnant, il n'est pas électrisé. Comme B est à un potenti nférieur à celui ou à ceux de A, mais supérieur à celui de l'e einte (n° 1), entre A et B existent des surfaces équipotentielle

Entre les deux plages électrisées en sens contraires du conducteur B, il y a une ligne neutre. Soit V′ le potentiel de B; la surface équipotentielle 1 au potentiel V′ arrivant sur B s'épanouit à sa surface et c'est précisément la ligne d'arrivée N qui est la ligne neutre. Considérons, en effet, deux surfaces équipotentielles 2 et 3 infiniment voisines et de part et d'autre de la précédente; chacune enveloppe l'une des régions de B. La surface 2 qui entoure les parties de B les plus voisines de A est à un potentiel plus élevé que celui de B; près de cette région du con-

Fig. 55.



ducteur le champ est tourné vers l'intérieur de celui-ci; il y a de l'électricité négative à la surface. La surface 3, qui entoure la partie de B la plus éloignée de A, est à un potentiel moins élevé que celui de B; près de cette région du conducteur le champ est tourné vers l'extérieur, cette région est donc électrisée positivement. La ligne N sépare donc bien les deux régions du cylindre électrisées en sens inverse.

Il est presque évident et du reste facile à montrer par des considérations simples que le phénomène d'influence augmente si A se rapproche de B ou si, restant à la même place, sa charge...

ontraire à celle du corps A sur toute sa surface. D'autre part, ifférence de potentiel entre A et B ayant augmentée, il en e e même de l'intensité du champ $\left(\varphi = -\frac{dV}{dn}\right)$ en tous les poin es lignes de forces allant de A à la région de B la plus voisin ui ont peu changé de forme, et par conséquent les densités n atives aux points où aboutissent ces lignes sur B ont augmen $K\varphi = 4\pi\sigma$).

Si l'on supprime la communication avec l'enceinte, B conserv ne charge négative. Si l'on écarte alors le corps A, assez loi our que son action sur B soit insensible, ce conducteur étan solé et électrisé négativement, prend un potentiel inférieur elui de l'enceinte et tous ses points sont électrisés négativemen

L'expérience est aisée à faire à l'aide d'un pendule électriqu ui permet de constater les différents états d'électrisation.

Bien entendu, si au lieu d'électricité positive A possédait d électricité négative, les phénomènes seraient les mêmes, sau ue les signes électriques seraient partout changés.

Si l'on voulait se rendre compte des phénomènes d'influenc ans le cas où B est chargé positivement ou négativement, c 'aurait qu'à superposer les états d'équilibre précédents av elui où B seul est chargé positivement ou négativement, A n'éta as électrisé.

Ainsi, considérons d'abord le cas où B et A sont électrisés pos ivement tous les deux. Si A, faiblement électrisé, est loin de I a région de B tournée vers A reste électrisée positivement, ma a densité est moindre que si A n'était pas électrisé. Si A se ra roche, ou s'il est plus fortement électrisé, il peut y avoir da ette région de B de l'électricité négative.

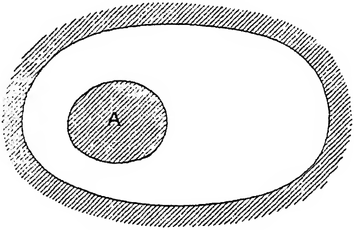
Si, au contraire, B est chargé négativement, la présence de

lieu lorsqu'on approche un corps électrisé de la boule de l'électroscope à feuilles d'or.

L'électroscope étant chargé, l'approche d'un corps du même signe produit une augmentation de l'écart des l'on approche un corps électrisé de signe contraire, le rapprochent jusqu'à ce que l'écart devienne nul; puis tinue à approcher le corps électrisé, la déviation se l'écart va en augmentant quand la distance du cor diminue. Les feuilles ont alors une électrisation de que celle du corps influençant.

7. **Capacité électrique.** — Considérons un conduct placé seul à l'intérieur d'une enceinte conductrice, le n'étant pas électrisé (*fig.* 56). Si A est à un potentiel

Fig. 56.



celui de l'enceinte, il est chargé positivement; s'il est à tiel inférieur, il est chargé négativement. Nous allo que :

La charge de A *est proportionnelle à l'excès de tiel sur celui de l'enceinte.*

Soient, dans un état d'équilibre, V_1 cet excès de pote densité superficielle en un point de A, et M_1 la charg conducteur A ou de l'enceinte. Considérons un second

t la charge totale M de A est donnée par

$$M = n M_1;$$

or, en appelant V le nouvel excès de potentiel de A sur l'enceint on a aussi, comme nous le savons,

$$V = n V_1.$$

Il en résulte

$$\frac{M}{V} = \frac{M_1}{V_1} = C$$

t

$$\frac{\sigma}{V} = \frac{\sigma_1}{V_1},$$

insi la charge M de A et les densités électriques en chaque poin lu conducteur sont proportionnelles à l'excès de potentiel de ur l'enceinte.

Le quotient constant C de la charge M de A par son excès o potentiel V sur l'enceinte s'appelle la *capacité électrique* du sy ème. C'est une quantité essentiellement positive

$$M = CV. \tag{1}$$

La capacité d'un système n'est une constante qu'à la conditio que le système soit toujours identique à lui-même. Si le corps ou l'enceinte se déforment, ou encore s'il y a changement o position du corps A dans l'enceinte, la capacité change e général. Ainsi, en plaçant, sur un plateau remplaçant le bouto d'un électroscope à feuilles d'or, une chaîne métallique que l'o peut déplacer à l'aide d'un fil isolant, si l'électroscope est charg n voit, par cette déformation, varier l'écart des feuilles. De mêm en approchant la main de l'électroscope, ce qui modifie la su ace de l'enceinte (le corps humain fait partie de l'enceinte con luctrice), la distance des feuilles varie. Or, dans cette expérienc a charge de l'électroscope M est restée constante; mais l'exc le potentiel sur les parois de la pièce a varié, puisque l'écart d

Enfin, nous verrons plus tard que la capacité va
nature du diélectrique qui environne le corps A.

Si les dimensions de l'enceinte grandissent indéf
telle sorte que tous ses points s'éloignent de plus en p
capacité dépend de moins en moins de la forme de l'
à la limite, lorsque tous les points de l'enceinte so
elle ne dépend plus que du corps A lui-même. De là vi
sion souvent employée de *capacité d'un conducteur*
qui n'a de sens que dans le cas où l'enceinte a toutes
l'infini.

Par abréviation, nous emploierons pourtant souvent
de *capacité d'un conducteur,* même quand les par
pas à l'infini; mais il faudra toujours entendre par là
du système formé par le conducteur et les parois qui
aussi ne considérerons-nous cette capacité comme inv
si ce système est invariable.

Lorsqu'il y a, dans une même enceinte, différents
isolés, on ne peut plus dire, en toute rigueur, que l
l'un d'entre eux est proportionnelle à l'excès de son p
celui des parois; il faut alors tenir compte de l'influer
des conducteurs. Cependant, s'il n'y a que des condu
samment éloignés les uns des autres pour que les p
d'influence qu'ils exercent entre eux soient insignifian
de chacun d'eux est alors indépendante de la présence
on peut donc considérer séparément la capacité du sy
par chacun des conducteurs et les parois.

Cette remarque va nous permettre de traiter un probl
qui servira d'exemple.

Considérons deux conducteurs A_1 et A_2 assez loin l'
pour n'exercer aucune influence réciproque, et soient

n pour que la charge de ce fil soit insignifiante; il y a mouvemen
es électricités et, quand l'équilibre est de nouveau atteint, le
otentiels des deux conducteurs sont les mêmes. Soient M'_1 et M
es nouvelles charges des conducteurs et V le potentiel commun
n a encore

$$M'_1 = C_1 V, \qquad M'_2 = C_2 V.$$

Mais, puisque la charge du fil est négligeable et que le systèm
es conducteurs et du fil est isolé, on a, en vertu de la loi
a conservation de l'électricité,

$$M'_1 + M'_2 = M_1 + M_2,$$

t, en remplaçant les charges en fonction des capacités,

$$(C_1 + C_2) V = C_1 V_1 + C_2 V_2; \tag{2}$$

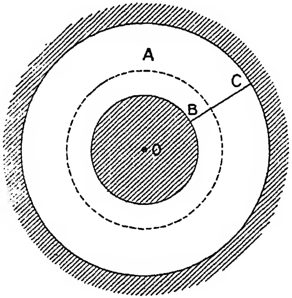
ette relation permet de calculer V si l'on connaît les capacités C
t C_2 et les différences de potentiel initiales V_1 et V_2.

Remarquons la similitude de ce problème avec celui des mélang
en calorimétrie : supposons deux corps ayant des capacités cal
rifiques C_1 et C_2 et primitivement aux températures V_1 et V_2; o
es mélange; la température finale V est donnée par la relation (2

Ceci nous montre l'analogie qui existe entre la capacité éle
rique et la capacité calorifique d'un corps, entre la différence
otentiel et la température, entre la quantité d'électricité et
uantité de chaleur. Mais cette analogie n'est que superficiell
car la capacité calorifique d'un corps dépend uniquement de
corps, tandis que la capacité électrique, indépendante de la natu
même de ce corps, dépend, au contraire, de sa forme, de la form
le l'enceinte et de la position du corps par rapport à celle-c
Remarquons, en outre, que, si nous avions fait communiquer l
conducteurs par contact direct et non par l'intermédiaire d'un

Considérons un conducteur sphérique de centre O (*fig*. 57) l'intérieur d'une enceinte sphérique concentrique et séparé cette enceinte par un diélectrique homogène de pouvoir indu teur spécifique K. Soit M la charge, positive par exemple, de sphère intérieure; la charge répartie à la surface interne de l'e ceinte est —M. Par raison de symétrie, le potentiel et le cham

Fig. 57.



ont les mêmes à une même distance du centre et le champ es dirigé suivant un rayon des sphères. Prenons un point A, à un distance r du centre, dans le diélectrique. Nous avons déjà v comment on peut calculer le champ au point A, mais nous allon ndiquer maintenant une méthode plus simple fondée sur le théo ème de Gauss.

Considérons la sphère de rayon $OA = r$ et évaluons le flu l'induction à travers sa surface. Le flux qui traverse un élément d e cette surface a pour expression $K\varphi\, ds$; pour avoir le flux d'in uction totale, il n'y a qu'à répéter l'expression pour chaque élé nent et à faire la somme

$$\int K\varphi\, ds = K\varphi \int ds = K\varphi 4\pi r^2.$$

ment dr, suivant le rayon, a pour expression

$$dW = m\varphi\, dr = \frac{m M\, dr}{K r^2},$$

le travail total dans le déplacement de B en C est

$$W = m\frac{M}{K}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2},$$

si l'on appelle R_1 et R_2 les rayons OB et OC des deux sphères; d'où

$$W = \frac{mM}{K}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

D'autre part, ce même travail W a aussi pour expression mV, si l'on représente par V la différence de potentiel entre la sphère et l'enceinte.

En égalant ces deux expressions, il vient

$$V = \frac{M}{K}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{M}{K}\,\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}.$$

La capacité C du système étant égale à $\frac{M}{V}$, on a

$$C = K\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

La capacité électrique du système est proportionnelle à K; c'est d'ailleurs une propriété générale si le diélectrique est homogène, quelle que soit sa forme, comme on peut le démontrer.

Supposons que R_2 augmente indéfiniment; en mettant C sous la forme

$$C = \frac{KR_1}{1 - \frac{R_1}{R_2}},$$

on voit immédiatement que, à la limite,

Si le système est placé dans le vide, $K = 1$ et

$$C = R_1,$$

relation remarquablement simple qui montre que, da
électrostatique, la capacité d'une sphère placée dan
dans l'air sensiblement) et à grande distance de tou
est égale au rayon. La capacité se mesure donc par u
elle a, par suite, les dimensions d'une longueur, ce
pu d'ailleurs voir d'après la formule même de défini

Il est bon de remarquer que, dans la pratique,
mesure que très grossièrement la capacité d'une s
car, même dans une salle de grandes dimensions, l
l'enceinte est loin d'être négligeable. Pour fixer les
sons que le rayon de la sphère isolée soit de 10^c
équivalente à une sphère de 5^m de rayon; la form
donne pour la capacité

$$C = \frac{10 \times 500}{500 - 10} = 10\left(1 + \frac{1}{49}\right),$$

la capacité dépasse donc la valeur du rayon de plu
qui n'est pas négligeable.

Considérons maintenant le cas où les rayons de la
rieure et de l'enceinte sont voisins; l'expression d
du système prend une forme qu'il est intéressant d'e

Posons

$$R_1 = R,$$
$$R_2 = R + e,$$

e est l'épaisseur du diélectrique; il vient

$$C = \frac{KR(R+e)}{e} = \frac{KR^2}{e}\left(1 + \frac{e}{R}\right);$$

multiplions les deux termes du dernier membre par

u, en désignant par S la surface de la sphère,

$$C = \frac{KS}{4\pi e}\left(1 + \frac{e}{R}\right).$$

Si nous supposons e très petit vis-à-vis de R, de façon à pou-oir négliger $\frac{e}{R}$ devant l'unité, nous avons

$$C = \frac{KS}{4\pi e},$$

xpression déjà obtenue pour la capacité d'un condensateur pla ndéfini, de surface S et dont les plateaux sont séparés par un paisseur e d'un diélectrique de pouvoir inducteur spécifique K

9. **Condensateurs.** — On appelle *condensateur électriqu* out système composé de deux surfaces conductrices, situées trè rès l'une de l'autre et séparées par un diélectrique qui form insi une mince couche isolante. Les deux surfaces conductrice 'appellent les *armatures* du condensateur.

Les condensateurs peuvent affecter des formes très diverse insi une lame de verre dont les deux faces sont recouvertes e artie par deux feuilles d'étain, un bocal dont les parois intérieur t extérieure sont tapissées d'étain, constituent des condensateu suels.

Nous allons faire l'étude d'un pareil système. Nous supposeron l'abord le condensateur fermé, c'est-à-dire qu'une des armatur nveloppe complètement l'autre; en outre, comme c'est le c rdinaire dans la pratique, nous supposerons que le diélectriq l'est pas électrisé. Nous nous trouvons alors dans les conditio tudiées précédemment (nos 7 et 8) et nous n'avons qu'à rappel es résultats obtenus. Si les deux armatures ne sont pas au mên

Ce qui précède s'applique à une portion quelconc densateur; en effet, on a vu (n° 7) qu'en chaque poi superficielle est proportionnelle à la différence de charge M pour une portion quelconque est donc pro à V et le quotient $\frac{M}{V}$ s'appelle la *capacité* de cette pa densateur.

Considérons maintenant un condensateur ouvert. C ture forme écran électrique; tous les phénomènes qu entre elles sont donc indépendants de ce qui peut a dehors, indépendants même des quantités d'électrici vent être réparties sur les surfaces extérieures des Pour une même différence de potentiel V entre ces ar charges sont donc les mêmes en chaque point, que l teur soit ouvert ou fasse partie d'un condensateur fe excepte toutefois une petite région sur les bords des d'étendue comparable à l'épaisseur de la lame diéle rapport $\frac{M}{V}$ pour un condensateur ouvert est donc encor c'est, par définition, la capacité du condensateur.

Nous allons calculer cette capacité dans le cas o armatures forment des surfaces parallèles, de sorte que commune aux deux surfaces ait en chaque point une gueur, qui est l'épaisseur du diélectrique; nous sup outre, cette épaisseur très petite vis-à-vis des rayon bure.

Par raison de symétrie, les surfaces équipotentiell armatures sont alors des surfaces parallèles à ces arm champ, qui leur est normal, a une direction constante, normale commune aux surfaces. Pour deux points, p normales infiniment voisines, les deux champs sont

nt les deux expressions du travail qu'elle effectue,

$$m\varphi e = mV,$$

où

$$\varphi = \frac{V}{e}.$$

D'autre part, tout près de la surface, le champ est lié à la den té superficielle par la relation de Coulomb

$$K\varphi = 4\pi\sigma;$$

n tire de là

$$\sigma = \frac{K\varphi}{4\pi} = \frac{KV}{4\pi e}.$$

Pour avoir la charge totale, remarquons que K, V et e son onstants, la densité superficielle est donc constante, et l'on a

$$M = S\sigma = \frac{KSV}{4\pi e},$$

'où, enfin,

$$C = \frac{M}{V} = \frac{KS}{4\pi e}.$$

Telle est la démonstration générale de la formule $C = \dfrac{KS}{4\pi e}$ qu ous avons déjà rencontrée deux fois.

Il résulte de là que, pour avoir un condensateur de grand apacité, il faut donner une faible épaisseur au diélectrique et un arge surface aux armatures.

Nous reprendrons l'étude des condensateurs après celle de machines électriques, dont nous allons nous occuper maintenan

CHAPITRE VI.

MACHINES ÉLECTRIQUES. — CHARGE, USAGE ET FORMES DIVERSES DES CONDENSATEURS. — DÉCHARGES ÉLECTRIQUE

1. **Généralités.** — Une *machine électrique* est un système q permet de produire de l'électricité positive et de l'électricité n gative, en égale quantité, bien entendu, d'après la loi de la con servation de l'électricité. Dans un tel système, l'électricité positi est déposée sur un conducteur qui prend le nom de *pôle positif* 'électricité négative est déposée sur un autre conducteur, le *pô négatif*. Le pôle qui reçoit l'électricité positive prend un poten iel de plus en plus élevé à mesure qu'augmente la quantit l'électricité; au contraire, le pôle qui reçoit l'électricité négativ prend un potentiel de plus en plus bas. Il s'établit donc par le je le la machine une différence de potentiel entre les deux pôles, c'est de cette différence que dépend la longueur de l'étincelle qu éclate lorsqu'on rapproche suffisamment les pôles.

Si l'on réunit les pôles par un conducteur, l'équilibre exige qu es deux pôles soient au même potentiel, d'autre part le jeu de l nachine tend à rétablir constamment la différence de potentiel 'équilibre ne peut donc avoir lieu et l'électricité est en mouve nent d'un pôle à l'autre.

Tous les phénomènes électriques dus au déplacement de l'élec

a quantité d'électricité positive qui traverse une section que onque du conducteur par le temps qu'elle met à passer.

L'intensité du courant que peut fournir une machine dont c éunit les pôles par un conducteur s'appelle le *débit* de nachine.

La *différence de potentiel maxima* des pôles et le *débit* so es deux caractéristiques d'une machine électrique. A ce point c ue, on peut séparer ces appareils en deux catégories :

1° Les machines capables de donner de très grandes différenc le potentiel, mais ayant un faible débit; ce sont les machin lectriques proprement dites, les seules dont nous nous occup ons ici;

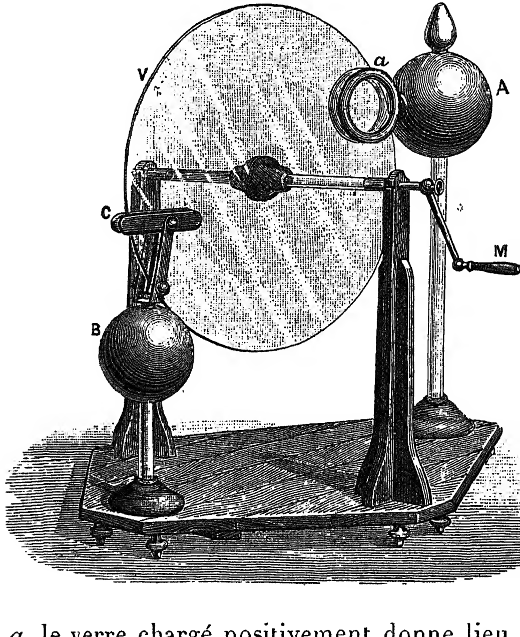
2° Les machines ne pouvant donner que des différences de p ntiel très faible, mais ayant un débit considérable; telles so es piles hydro-électriques, les piles thermo-électriques et l lectromoteurs fondés sur l'induction.

Les machines électriques proprement dites, elles-même peuvent être divisées aussi en deux groupes suivant qu'ell tilisent les phénomènes de frottement ou les phénomènes d'i luence; de là les noms de *machines à frottement* et de *m hines à influence*. Mais cette division est assez artificielle; ca ans les machines à frottement, il y a des phénomènes d'influenc t, pour amorcer les machines à influence, on a souvent recou u frottement.

2. Machines à frottement. — Nous prendrons comme type d nachines à frottement la machine inventée vers la fin d xviiie siècle par le physicien français Le Roy (*fig.* 58), qui a é onstruite ensuite en Allemagne par Winter, ce qui fait qu'el est connue habituellement sous le nom de *machine de Winte*

communiquent avec une autre sphère métallique isolée
le frottement, le plateau s'électrise positivement et
négativement; l'ensemble des coussins C et de la sph
stitue le pôle négatif de la machine. En passan

Fig. 58.



anneaux a, le verre chargé positivement donne lieu
mène d'influence; des aigrettes se produisent entre l
les lames de clinquant, l'électricité positive du verre e
partie détruite, et une égale quantité se trouve sur le
et la sphère A, comme nous l'avons expliqué à prop
voir des pointes (Chap. IV, n° 19). Les anneaux a et
constituent ainsi le pôle positif de la machine.

xtérieure quelles que soient les charges antérieures, car la su
ace forme écran et protège complètement l'intérieur de l'actic
es charges extérieures. Dans le cas actuel, les anneaux forme
peu de chose près une enveloppe fermée pour la surface de
oue de verre placée entre eux et l'électricité vient sans ces
'accumuler sur le pôle.

Puisque toute l'électricité produite pendant une rotation com
lète passe sur le pôle positif, pour une même machine, le déb
st proportionnel à la vitesse de rotation. Pour des machin
éométriquement semblables et constituées de même, il est pr
ortionnel à l'étendue des surfaces frottantes, c'est-à-dire au car
es dimensions homologues. Mais le débit dépend essentielleme
e la nature des surfaces de frottement; les verres peu alcali
nt les meilleurs. De plus, le verre s'améliore en vieillissant : l
ieux disques de verre sont préférables aux disques neufs. Enfi
a nature de la substance qui recouvre les coussins et les re
onducteurs a une très grande importance; en les recouvra
'une feuille d'or ou d'argent, ou encore d'un amalgame pulv
ulent, ou plus simplement de bisulfure d'étain (or mussif), o
ugmente énormément le débit. Il n'est pas nécessaire que l
oussins appuient fortement sur le verre : le débit est indépe
ant de la force avec laquelle ils pressent le verre, comme l
émontré Péclet; il suffit qu'il y ait contact.

Occupons-nous maintenant de la différence de potentiel max
ium qu'une machine peut donner entre ses pôles.

Supposons que les différentes parties de la machine soient pa
aitement isolées. Dans ces conditions la différence de potenti
ugmente indéfiniment; il n'y a alors d'autres limites que cell
u'imposent les étincelles qui peuvent éclater entre les différen
onducteurs ou les pertes par aigrettes. De là vient la nécessité d
'employer *que* des *conducteurs à surface arrondie*; on do

deviennent égaux; à partir de ce moment le potenti
ne varie plus.

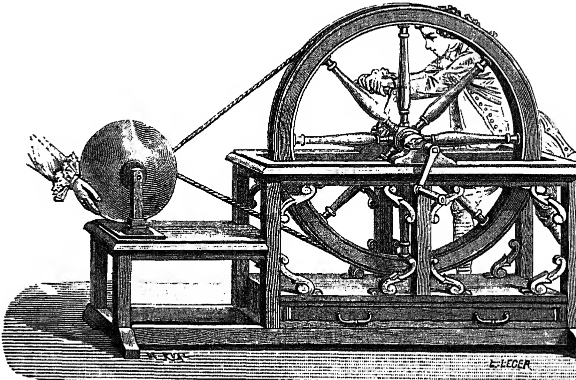
Ce que nous venons de dire au sujet du débit
férence de potentiel maximum des pôles s'applique
machines à frottement.

3. Historique de la machine à frottement. — Com
plupart des inventions, la machine à frottement n'a
d'emblée sa forme la plus parfaite.

On considère souvent comme l'ancêtre des ma
triques l'appareil qu'Otto de Guéricke employait ve
du XVII^e siècle; il se composait d'un globe de sou
faisait tourner autour d'un axe de fer disposé suivan
diamètres et que l'on électrisait par frottement en
main sur sa surface. Quand la sphère était électrisée
vait directement en la tenant par son axe de fer.

Ces globes de soufre étaient très fragiles; aussi, ve
XVII^e siècle, Hauxsbée les remplaça par des globes d

Fig. 59.



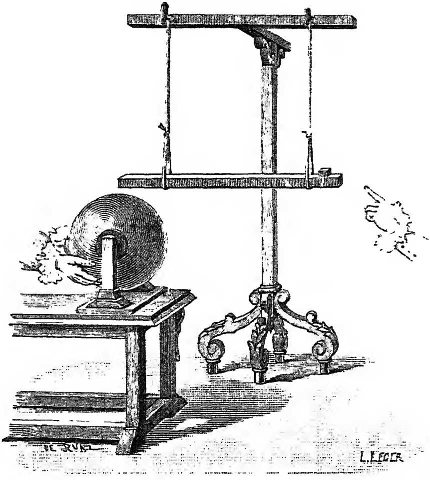
evint plus tard en recouvrant le coussin de feuilles d'or c
'argent.

C'est vers la même époque que Bose, professeur à Wittember
emarqua qu'en attachant sur un conducteur isolé des filamen
ont les extrémités traînaient sur le globe de verre, ce conducteu
e chargeait d'électricité et permettait de la recueillir.

On reconnut bientôt que les filaments n'étaient pas nécessair
t qu'il suffisait d'approcher du globe tournant l'arête ou la poin
'un conducteur. Les *fig.* 59 et 60 représentent la machine em
loyée par l'abbé Nollet vers le milieu du XVIII^e siècle.

En 1752, le physicien anglais Windsor décrivit une machin
ormée d'un cylindre de verre, frotté par des coussins métallis
t pourvue de conducteurs cylindriques, d'où pendaient des co

Fig. 60.

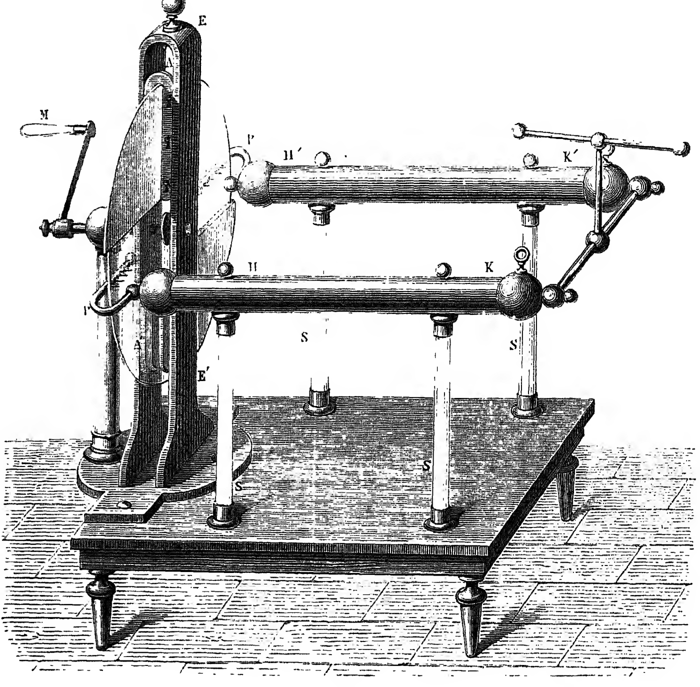


ncteurs venant se term ncr v s-à-vis du cyli dre de verre pa

sitif en plaçant des coussins de chaque côté pour équilibrer l
pressions. D'abord, ses machines, comme celle de Sigaud de L
fond, ne possédaient de pointes que d'un seul côté du plateau
verre. Plus tard, on fit passer le plateau dans deux mâchoir
communiquant avec les conducteurs isolés, garnies de point
tournées vers le plateau de verre (peignes).

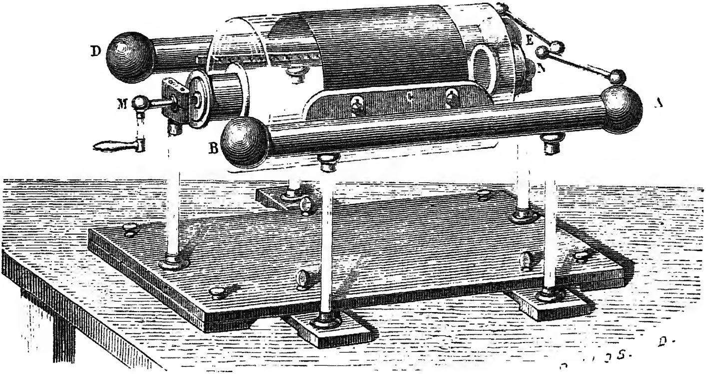
La machine de Ramsden (*fig.* 61) a été employée pendant pr
d'un siècle. Comme dans les précédentes, le pôle négatif de cet

Fig. 61.



En 1770, le constructeur anglais Nairne construisit, pour l
rand-duc de Toscane, une machine formée par un cylindre d
erre tournant entre deux conducteurs, l'un muni du coussin d
rottement et l'autre de pointes dirigées vers le verre (*fig.* 62
ci les deux pôles sont isolés comme dans la machine de Le Roy

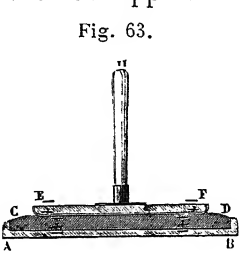
Fig. 62.



Nous passerons sous silence diverses autres formes des ma
hines à frottement moins importantes.

4. **Électrophore.** — Le principe des machines à influence s
rouve dans l'*électrophore*. Cet appareil a été imaginé en 176

Fig. 63.



ar un physicien de Stockholm, Wilck; mais cette inventio

fut peu connue et, quelque temps après, Volta réinventa pour ainsi dire l'électrophore.

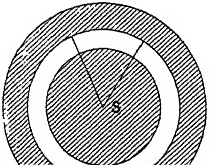
L'appareil est composé de deux plateaux, l'un de substance isolante et l'autre conducteur (*fig.* 63); ce dernier est formé, par exemple, d'un plateau de bois recouvert d'une feuille d'étain; il est muni d'un manche isolant en verre.

Pour se servir de l'instrument, on commence par battre le plateau isolant avec une peau de chat, ce qui l'électrise négativement; puis l'on pose sur lui le plateau conducteur. Si l'on enlève ce dernier plateau, on constate qu'il n'est pas électrisé : l'électricité ne passe donc pas du plateau isolant au plateau conducteur. Mais, si l'on approche le doigt du plateau conducteur lorsqu'il est placé sur le plateau isolant, on en tire une étincelle; si l'on sépare ensuite les deux plateaux, on peut tirer une vive étincelle du plateau conducteur. En recommençant cette opération, on obtient chaque fois une étincelle sans qu'il soit nécessaire d'électriser à nouveau le plateau isolant.

Il est facile de constater qu'après avoir fait communiquer le plateau conducteur avec le sol, puis l'avoir séparé du plateau isolant, il est chargé d'électricité positive, quand le plateau isolant est chargé négativement. Le phénomène d'électrisation du plateau conducteur est donc un phénomène d'influence.

La théorie en est assez simple. Pour la faire, considérons d'abord le cas d'un système formé par une sphère S isolante (*fig.* 64) et

Fig. 64.



erne et une charge $+M$ sur sa face externe. Menons un côn yant le centre pour sommet; il découpe sur la surface interne d a sphère conductrice et sur la surface de la sphère isolante deux c otles sphériques dont les charges sont égales en valeur absolu)ans le cas où les rayons sont infiniment grands vis-à-vis de l'éca ement des surfaces et de leur étendue, on obtient deux plateau lans et parallèles, l'un isolant et l'autre conducteur : c'est précis nent là le système formé par l'électrophore. Ainsi, le plateau is ant étant électrisé négativement, le plateau conducteur posséc eux couches d'électricité égales en valeur absolue à la charge d lateau isolant, l'une positive à la surface inférieure, l'autre nég ive à la surface supérieure. Si l'on met cette dernière en commu ication avec le sol, l'électricité négative disparaît; quant à l'éle ricité positive, elle n'éprouve aucune modification, car le disqu nétallique forme écran.

Un point reste à expliquer : comment se fait-il qu'en appliquar es deux plateaux l'un contre l'autre les deux électricités co raires, qui se font face, ne se neutralisent pas?

L'électricité ne peut pas passer d'un plateau à l'autre par co uctibilité, parce que l'un d'eux est isolant, et nous allons montr u'elle ne peut pas passer non plus par étincelles. Considérons u ondensateur plan indéfini, et soit S l'étendue des surfaces égal A′ et BB′ prises en regard sur les plateaux; avec les notatio abituelles, la charge de ces surfaces est

$$M = \frac{KSV}{4\pi e},$$

l'où l'on tire

$$\frac{V}{e} = \frac{4\pi M}{KS}; \tag{1}$$

pour que la différence de potentiel résultante corresponde à distance explosive. Désignons le potentiel explosif par V'; on donc

$$\frac{V}{e} < \frac{V'}{e}.$$

Or, si e diminue, $\frac{V}{e}$ reste constant, tandis qu'au contraire le rap port $\frac{V'}{e}$ de la différence de potentiel explosive à la distance va e augmentant à mesure que la distance vient à diminuer, comme résulte des expériences de Lord Kelvin; on a donc, *a fortiori*,

$$\frac{V}{e} < \frac{V'}{e}$$

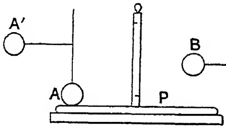
et par suite

$$V < V'.$$

Le potentiel est donc toujours inférieur au potentiel explosif : il n peut y avoir d'étincelle entre les deux plateaux.

5. **Principe des machines à influence.** — L'électrophore n'es pas à proprement parler une machine électrique, car il n'y a pa de pôles; mais il serait facile de le compléter et de le transforme en une véritable machine électrique. Ainsi, en disposant (*fig.* 65

Fig. 65.



u-dessus des plateaux deux sphères A et B communiquant respecti vement avec les deux conducteurs isolés A' et B', il suffirait de fair oucher par la sphère A le plateau

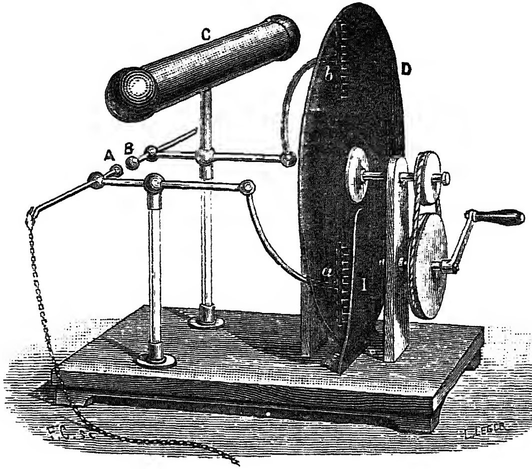
insi des appareils de grand débit, qui méritent le nom d'*électr*
hores tournants et qui sont les premières machines à influen
maginées. Ce sont eux que nous décrirons d'abord.

6. **Machines de Piche, de Bertsch et de Carré**. — La pl
imple des machines à influence a été imaginée par un Françai
I. Piche. Les organes isolants de cet appareil étaient en papie
nais ce corps n'isole que s'il est sec, d'où la nécessité de chauff
'appareil avant de s'en servir, ce qui était un grave inconvénien

Un physicien suisse, M. Bertsch, construisit, peu de tem
près, une machine de forme identique, mais où le papier éta
emplacé par l'ébonite, substance qui isole beaucoup mieux.

La machine de Bertsch (*fig*. 66) se compose d'un disque d'éb
ite D qui peut tourner rapidement autour d'un axe horizonta

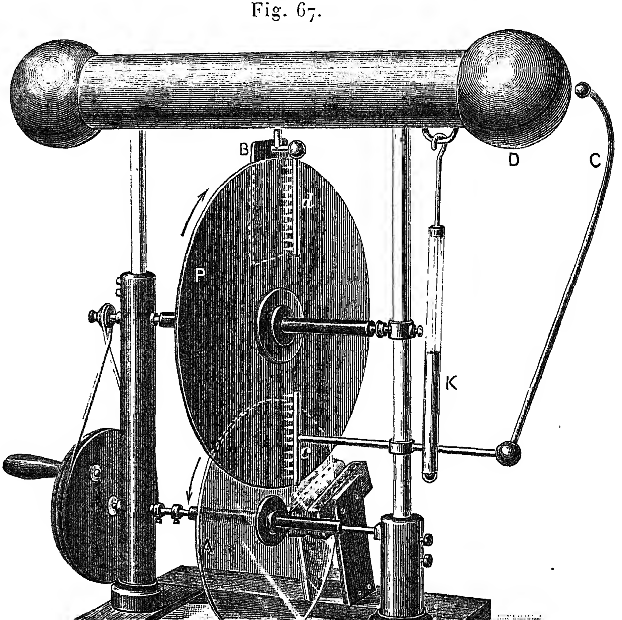
Fig. 66.



que l'électricité positive s'écoule par les pointes du peigne a sur plateau tournant et est entraînée par lui jusqu'à l'autre peigne b. Un deuxième phénomène d'influence a lieu alors : Bb se charge positivement et son électricité négative vient neutraliser celle du plateau tournant qui repasse désélectrisé devant l'inducteur. Ces phénomènes de charge se répètent ainsi indéfiniment pendant la rotation du plateau. L'appareil fonctionne bien tant que l'inducteur reste chargé; mais, comme celui-ci n'est jamais un isolant parfait, sa charge électrique diminue par conductibilité de plus en plus et la machine cesse rapidement de fonctionner.

Un constructeur français, M. Carré, a rendu cette machine pra

Fig. 67.



ui tourne lentement entre deux coussins et s'électrise par frotte
ment tandis que le plateau mobile P en ébonite tourne rapide
ment. Le disque de verre s'électrise positivement, comme dans l
machine de Ramsden, et présente au peigne inférieur c une surfac
oujours aussi fortement électrisée. Remarquons que cet inducte
tant ici chargé positivement, c'est le pôle inférieur C qui est pos
f et le pôle supérieur D négatif : le signe des pôles est renvers

Pour compléter la description de la machine Carré, ajouton
ue le pôle supérieur est constitué par un vaste cylindre de laito
uquel est fixée une plaque d'ébonite B qui pend vis-à-vis d
eigne supérieur d; cette plaque se charge lentement d'électrici
égative et constitue ainsi un nouvel inducteur à la partie sup
ieure de l'appareil. Par suite, le plateau d'ébonite est charg
'électricité positive sur sa moitié descendante, par une cau
emblable à celle qui le charge d'électricité négative sur sa moit
scendante; le débit est ainsi notablement augmenté.

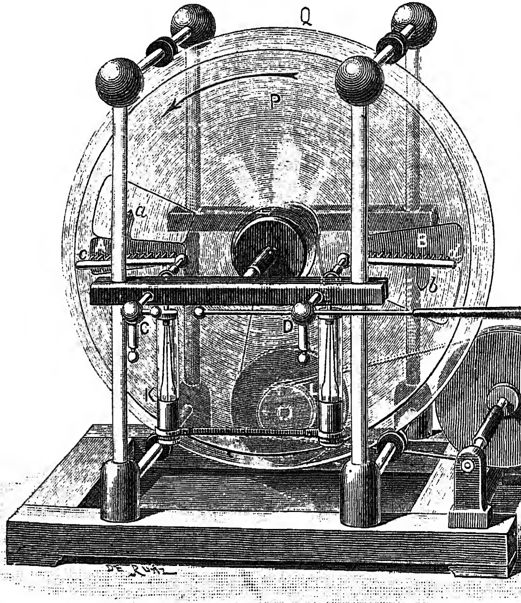
En général, pour le fonctionnement de cette machine, on met
ôle inférieur en communication avec le sol; grâce au cylindr
autre pôle possède une capacité notable et sa charge s'échap
ar étincelles lorsqu'on approche de celui-ci un conducteur rel
u sol.

Afin d'obtenir des décharges plus fortes, des étincelles plus br
antes, on peut faire communiquer chaque pôle avec l'une d
rmatures d'un condensateur K.

7. **Machines de Holtz. — Machines de Tœpler.** — Un peu ava
'apparition des appareils que nous venons d'examiner, un prép
ateur d'une Université allemande, Holtz, inventait plusieurs m
hines très remarquables par leur débit et la grandeur de la diff
ence de potentiel que l'on pouvait obtenir entre leurs pôles. No

Une fois les inducteurs fortement chargés d'élect
traires, le fonctionnement de cette machine est ident
d'une machine Carré. Mais ce qui la caractérise, c'es
dont la charge des inducteurs est produite et entret
jeu même de la machine. Pour cela, les inducteurs por
une pointe de carton a et b qui traverse une ouvertu

Fig. 68.

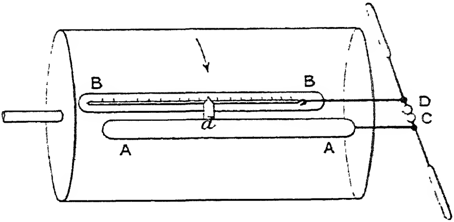


le plateau fixe et vient effleurer le plateau mobile un p
des peignes, dans le sens de la rotation.

Pour pouvoir représenter plus commodément les c

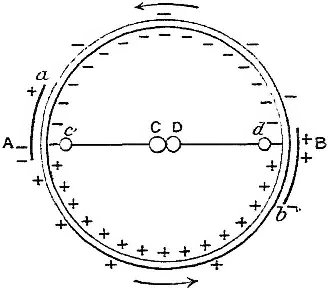
Pour *amorcer* une machine, c'est-à-dire pour charger se
ducteurs, on met les pôles C et D en contact, et l'on fait tourne
cylindre dans le sens de la flèche, c'est-à-dire en sens invers
e celui des pointes ; on charge l'un des inducteurs A avec un
laque d'ébonite bien frottée, sans toucher à l'autre inducteur. L

Fig. 69.



harge négative de A agit par influence sur le système des deu
onducteurs cCDd : l'électricité positive s'écoule par la pointe
t est entraînée par le cylindre dans la partie inférieure ; l'électr
ité négative s'écoule par la pointe d et est entraînée par
ylindre dans la partie supérieure. Arrivée devant la pointe b c

Fig. 70.

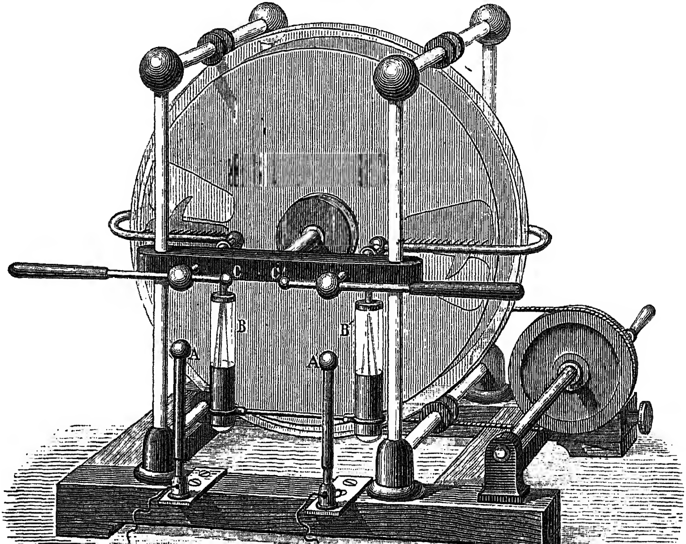


caractéristique indique que la machine est amorcée. On peut alor séparer les pôles, dont la charge se produit comme dans la machin Carré.

On n'obtient pas ainsi entre les pôles d'étincelles brillantes, mai des aigrettes, parce que, la capacité de ces pôles étant très faible ils sont très rapidement chargés à la différence de potentiel néces saire pour que l'étincelle éclate entre eux ; celle-ci n'emportant qu très peu d'électricité est très grêle ; les pôles déchargés par l'étincell sont immédiatement rechargés par le jeu de la machine. Il e résulte des myriades d'étincelles très grêles qui constituent l'ai grette.

Il est facile de montrer qu'en augmentant la capacité des pôles

Fig. 71.



Pour produire des étincelles très puissantes on fait comm-
iquer chacun des pôles de la machine de Holtz avec les arm-
ures d'un condensateur.

Il existe des machines de Holtz à quatre plateaux, deux fixes a
entre et munis d'inducteurs et deux mobiles; c'est, en somm
ne machine double. Les peignes sont en forme de mâchoires er
rassant l'ensemble des quatre plateaux (*fig.* 71).

Tœpler a construit aussi un certain nombre de machines électr
tatiques remarquables, dont l'une est tout à fait semblable à
machine de Holtz à quatre plateaux; il n'y a qu'un seul platea
ixe, mais chaque inducteur est muni de deux pointes tourné
ers chacun des plateaux mobiles, ce qui revient au même.

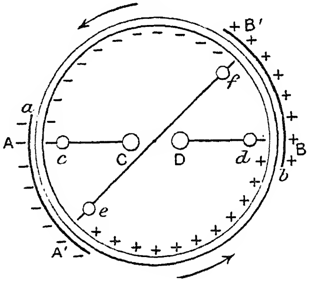
Lorsque les pôles des machines que nous venons de décri
ont trop écartés, il peut arriver que le système se désamorce.
rrive même quelquefois qu'il se réamorce en sens contraire : l
gnes des pôles sont intervertis. Ces phénomènes s'expliquent
a manière suivante :

Supposons que les deux conducteurs soient chargés à refus,
ui a lieu quand le potentiel de chacun d'eux est égal à celui
inducteur correspondant, car le champ étant nul entre celui-
t le peigne qui lui fait face, il ne se produit plus d'écoulemen
'électricité par les pointes. Les électricités disparaissant à la part
nterne du cylindre, la charge des inducteurs n'est plus entretenue
lle diminue alors par conductibilité et finit par s'annuler.

Quand la machine est pourvue de condensateurs, par suite
a grande capacité donnée ainsi aux pôles, leur potentiel pe
levenir supérieur, en valeur absolue, à celui de l'inducteu
pposé, lorsque la charge de celui-ci a diminué; le champ entr
'inducteur et le peigne étant alors l'inverse du champ primiti

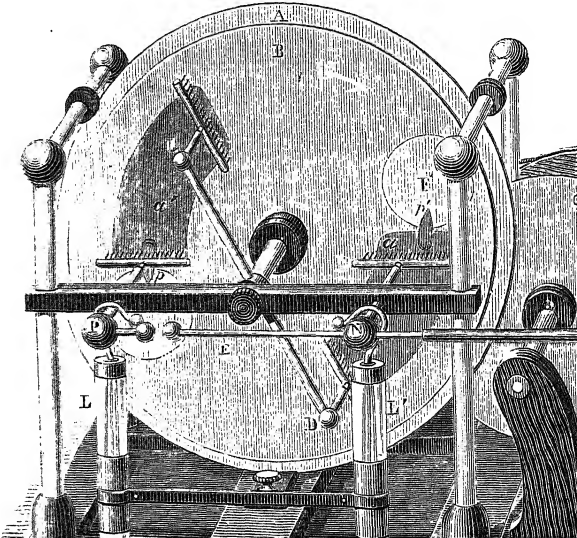
environ de la circonférence; les peignes c et d reli
sont en face des extrémités A et B qui portent les poi

Fig. 72.



ceux du conducteur diamétral en face des autres extr
B′ des inducteurs. L'effet de ce conducteur diamétral

Fig. 73.



En outre, si un trop grand écartement des pôles empêche l'écou-
lement par les peignes c et d, l'écoulement se fait par les
peignes e et f et la charge des inducteurs est entretenue.

Nous avons dit que les inducteurs d'une machine de Holtz son
en papier; le choix de cette substance tient à ce qu'elle n'est n
tout à fait isolante, ni tout à fait conductrice. Si les inducteu
étaient en substance isolante, les phénomènes d'influence qui son
nécessaires pour produire la charge des inducteurs n'auraient pa
lieu; s'ils étaient conducteurs, la machine se désamorcerait imm
diatement dès qu'on l'arrêterait, car l'électricité des inducteu
fuirait par les pointes a ou b et disparaîtrait aussitôt.

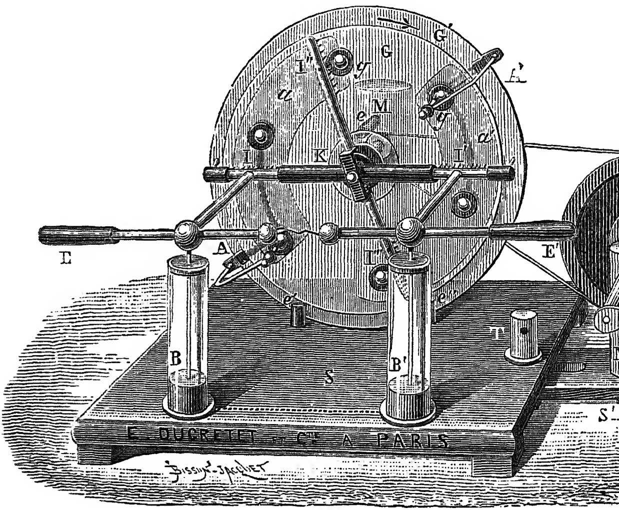
Pour faciliter l'amorcement des machines de ce genre, M. Du
cretet leur adjoint une petite machine à frottement (*fig.* 73)
c'est un plateau de verre de faible dimension qui frotte entre deu
coussins et passe devant l'un des inducteurs, auquel il communiqu
une charge positive par suite des petites étincelles qui ont lieu

8. **Machines à influence s'amorçant d'elles-mêmes.** — Il nous res
à étudier un groupe de machines à influence caractérisées par c
fait qu'elles s'amorcent d'elles-mêmes. Nous avons déjà rencontr
l'une d'elles, le replenisher (Chap. IV, n° 7); la théorie du fonc
tionnement que nous en avons donnée convient à toutes le
machines que nous allons passer en revue.

9. **Machine de Voss.** — La machine électrique du physicie
allemand Voss est une machine de Holtz dans laquelle l'amorca
ment se fait de la même manière que dans le replenisher. Elle s
compose (*fig.* 74) de deux disques de verre, l'un fixe G', l'autr
mobile G. Le disque mobile G porte un certain nombre de saillie
$g, g', \ldots$ formant boutons, dont la surface est rendue conductric

deux peignes I et I′ reliés aux pôles de la machine. extrémités des inducteurs sont reliées à des tiges m et A′ qui se replient, contournent le bord des disques se terminer par des balais frottant sur les boutons p

Fig. 74.



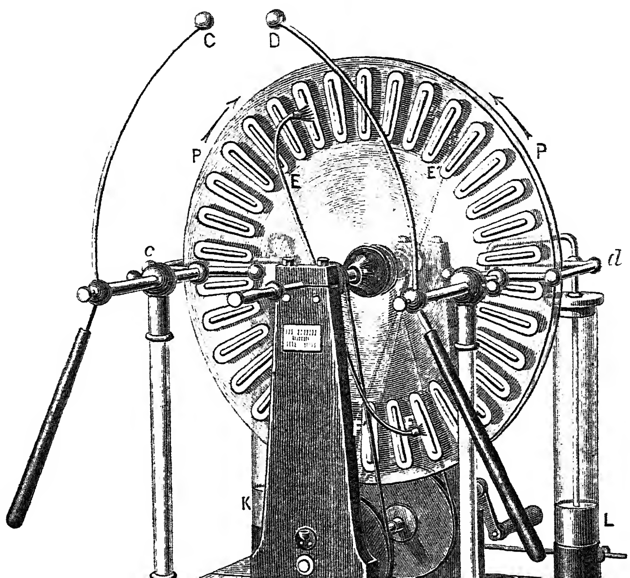
rotation. Les pôles sont reliés aux armatures des de sateurs B et B′ pour augmenter leur capacité.

Supposons qu'il y ait une dissymétrie électrique entre les inducteurs : l'un par exemple possède une charge positive et l'autre est à l'état neutre. Alors, au deux boutons sont en contact avec les balais du conduc tral, l'inducteur chargé agit par influence, deux petit d'électricité égales et de signes contraires se distribuer mités du conducteur diamétral influencé, et par suite signes contraires les deux bout ns. Ceux-ci entraînent

produit par une dissymétrie électrique des inducteurs; seulement dans la machine de Holtz, la dissymétrie et, par suite, les charges doivent être plus fortes, parce que la décharge des parties influencées s'effectue par aigrettes, ce qui nécessite une notable différence de potentiel; tandis que, dans la machine de Voss, cette décharge s'effectue par conductibilité à l'aide des balais et, par suite, ne nécessite qu'une différence de potentiel extrêmement faible : il faudrait une symétrie absolue dans l'état électrique, symétrie qui n'existe jamais, pour que la machine de Voss ne s'amorçât pas d'elle-même quand on tourne le plateau.

10. Machine de Wimshurst. — Dans la *machine de Wim*

Fig. 75.

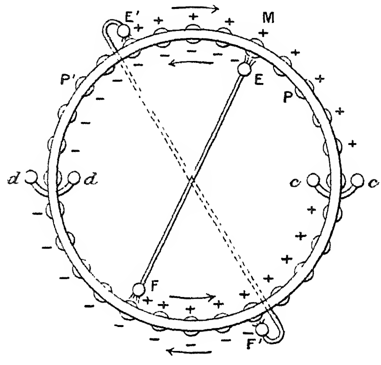


nant autour d'un même axe, mais en sens inverses ; du côté opposé à l'autre plateau, un grand nomb surfaces métallisées et en saillie, comme les boutons de Voss. Pendant la rotation, les boutons diamétrale sont réunis pendant un instant par un conducte muni de balais métalliques. Il y a un conducteur d chaque plateau EF, E'F', et ils sont inclinés chacun sur la verticale, en sens contraire du sens de rotatio correspondant. Deux peignes en forme de fer à chev brassent les plateaux aux deux extrémités du diamèt et sont reliés aux pôles C et D de la machine. Des c K et L augmentent la capacité de ces pôles.

Pour expliquer le fonctionnement de cette machin placerons les plateaux par des cylindres coaxiaux sens contraires et portant chacun, à la surface oppo cylindre, des bandes métalliques à saillies parallèle trices (*fig.* 76).

Le système présente forcément une dissymétrie

Fig. 76.



our le cylindre intérieur P. Quand ces charges du cylindre int-
ieur arrivent vis-à-vis des balais de l'autre conducteur diam-
ral E'F', les bandes en contact avec ces balais se chargent p
nfluence et entraînent de l'électricité positive pour les band-
upérieures et négative pour les bandes inférieures. Les actio
ues à ces nouvelles charges s'ajoutent et, les phénomènes d'i
luence devenant de plus en plus accentués, au bout d'un tem
rès court, les charges des bandes deviennent considérables. Da
a mâchoire *cc* arrivent les bandes des deux cylindres chargé
ositivement et, dans la mâchoire *dd*, les bandes chargées nég
ivement; les charges passent, par l'intermédiaire des pointes, s
es pôles correspondants C et D.

Lorsque les charges deviennent assez fortes, le verre lui-mêm
'électrise, comme dans une machine de Holtz, et participe
'action.

Par suite de la présence des conducteurs diamétraux, il n'y
as lieu de mettre les pôles en contact pour amorcer la machin

A dimensions égales, le débit d'une machine de Wimshurst e
n peu inférieur à celui d'une machine de Holtz; mais la machi
le Wimshurst a l'avantage de fonctionner, même par les tem
umides, sans être séchée avec soin, condition indispensable
on fonctionnement d'une machine de Holtz.

11. **Réversibilité des machines électriques.** — Si les machin
lectriques nécessitent du travail pour fournir des électricit
ontraires sur leurs pôles (indépendamment des résistances
rottement à vaincre), comme nous l'avons vu à propos du repl
isher (Chap. IV, n° 8), elles peuvent réciproquement fourn
lu travail si, inversement, on charge leurs pôles d'électricit
le noms contraires à l'aide d'une autre machine, par exempl
'expérience suivante le montre :

Holtz fonctionne donc comme moteur, l'autre mach
générateur. C'est là un exemple de transport de forc
tricité; seulement, le travail que l'on peut recueillir a
trop faible pour pouvoir être utilisé industriellement.

12. **Charge d'un conducteur isolé.** — Nous allons
tenant comment on doit se servir des machines élect
charger un conducteur.

Si les pôles sont réunis chacun à un conducteur, c
sentent la même différence de potentiel que les pôles.
particulier où l'on veut électriser un corps isolé, on
que, si C est la capacité du système qu'il forme avec l
la pièce et V la différence de potentiel qu'il présent
sa charge est $M = CV$; on obtient donc le maximun
lorsque la différence de potentiel V est maximum
pour charger le conducteur au maximum avec une m
trique, on doit le relier à l'un des pôles et mettre
en communication avec les parois de la pièce, c'e
mettre au sol.

Dans les anciennes machines à frottement, type R
exemple, l'un des pôles est toujours en communica
sol. Pour charger le conducteur, il suffit donc de
pôle isolé de la machine.

Avec les machines modernes à deux pôles isolés, il
oublier de relier l'un des pôles avec le sol. L'influen
communication peut être mise en évidence comme
électrise un plumet de papier au moyen d'une mac
pôles isolés; les brins de papier divergent aussitôt, et l
ensuite qu'en mettant au sol le deuxième pôle la dive
mente notablement.

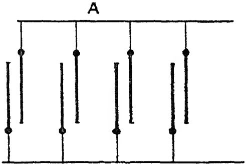
n déchargeant le condensateur chargé par l'une ou l'autr
ıanière [1].

Pour charger un condensateur avec les machines à un seul pô
solé, comme la machine de Ramsden, on donnait autrefois
ègle suivante : faire communiquer l'une des armatures avec
ol, puis l'autre avec le pôle de la machine. Cela revient à la règ
récédente, car la première armature communique par l'interm
iaire du sol avec le pôle non isolé. On constate du reste que,
e sol est isolant, la charge du condensateur ainsi obtenue e
nsignifiante.

14. Disposition en batterie. — Disposition en cascade. — C
eut employer deux dispositions pour charger à la fois plusieu
ndensateurs : la disposition en *batterie* et la disposition
ascade.

Dans la disposition en batterie, on fait communiquer une arm
ure de chaque condensateur avec un même conducteur A,
utres armatures avec un conducteur B (*fig.* 77), et l'on rel

Fig. 77.



espectivement ces deux conducteurs aux deux pôles de
nachine.

On obtient ainsi la même différence de potentiel V entre
rmatures de chacun des condensateurs; soient C_1, C_2, C_3, ...
eurs capacités, et M_1, M_2, M_3 les valeurs absolues de la char

$$M = M_1 + M_2 + \ldots = (C_1 + C_2 + \ldots)V;$$

la batterie se comporte donc comme un condensateur unique dont la capacité C serait égale à la somme des capacités des condensateurs qui la composent :

$$C = C_1 + C_2 + \ldots.$$

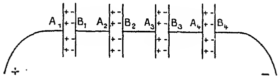
En particulier, si la batterie se compose de n condensateurs identiques, on a

$$C = nC_1 \qquad \text{et} \qquad M = nC_1V;$$

la charge totale de la batterie est égale à n fois celle d'un condensateur unique.

Dans la disposition en cascade, chaque condensateur est isolé; la première armature A_1 de l'un est reliée à l'un des pôles d'une machine; la seconde B_1 est reliée à la première armature A_2 du condensateur suivant, dont la seconde armature B_2 communique avec l'armature A_3 d'un troisième condensateur, et ainsi de suite; la dernière armature B_4 est reliée à l'autre pôle de la machine (*fig.* 78).

Fig. 78.



Supposons que ce soit le pôle positif qui communique avec A_1. Cette armature prend une charge positive $+M$; d'où une charge $-M$ sur l'autre armature B_1. Le système B_1A_2 étant isolé, en vertu de la loi de la conservation de l'électricité, l'armature A_2 prend une charge égale et de signe contraire à B_1, c'est-à-dire une charge $+M$, et ainsi de suite; chaque armature possède une charge égale à M en valeur absolue. Si l'on désigne par C_1, C_2, ...

---

verre). Faisons remarquer que, les décharges des condensateurs étant très pénibles à recevoir, pour éviter tout accident, il sera prudent, s'il y a communication de l'un des pôles avec le sol, de faire toucher d'abord à l'excitateur l'armature correspondante.

... de la cascade et par V_1,
... les différences de potentiel entre les armatures, on a

$$M = C_1V_1 = C_2V_2 = C_3V_3 = \ldots.$$

... différence de potentiel des pôles est

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots.$$

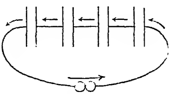
... particulier, si les condensateurs sont identiques,

$$C_1 = C_2 = C_3 = \ldots,$$
$$V_1 = V_2 = V_3 = \ldots,$$

$$V = nV_1.$$

...éunissons alors les armatures extrêmes, séparées au préalable ... pôles de la machine; il se produit dans le circuit une décharge ... le sens de la flèche (*fig.* 79) et, entre chaque couple d'arma-

Fig. 79.



... reliées métalliquement, une décharge de même sens.

...ec la disposition en cascade, on peut faire passer dans la dé-...rge une quantité d'électricité M égale à celle que donnerait un ...densateur unique, mais avec une chute de potentiel n fois plus ... de (nV); au contraire, avec la disposition en batterie, on ...écouler une quantité nM avec une chute V.

...a cascade et la batterie répondent à deux problèmes diffé-...s : *faire écouler une grande quantité d'électricité avec ... faible chute de potentiel* (*batterie*); *faire écouler une ...le quantité d'électricité avec une grande différence de po-...* (*cascade*). Faisons remarquer, en effet, que lorsqu'on met ...ommunication les armatures d'un condensateur avec les pôles ...e machine, celles-ci ne peuvent pas, en général, atteindre la ...rence de potentiel maximum que peuvent présenter les pôles ...s; car les différences de potentiel maximum données par les ...nines sont considérables, et avant que la différence de po-

de celles-ci se combineraient en perçant le diélectrique, et en mettant ainsi hors d'usage le condensateur. On ne peut donc dépasser une certaine limite V pour la différence de potentiel, lorsqu'on emploie un seul condensateur ou plusieurs disposés en batterie. Au contraire, avec la disposition en cascade, on peut atteindre une limite n fois plus grande et utiliser ainsi toute la différence de potentiel qu'une machine électrostatique est capable de fournir.

15. **Historique de la condensation électrique. — Diverses formes de condensateur.** — La condensation électrique a été découverte par hasard, en 1745, par un évêque de Poméranie, von Kleist. Ce physicien voulait électriser de l'eau contenue dans un flacon de verre, et, à cet effet, il avait plongé dans le liquide une tige métallique qu'il approcha du pôle isolé d'une machine électrique dont l'autre pôle communiquait avec le sol, en tenant le flacon à la main. Ayant voulu retirer la tige, il vit une vive étincelle éclater entre sa main et la tige et reçut une violente secousse. L'explication du phénomène est simple : la main qui tenait le flacon formait l'une des armatures d'un condensateur, dont le verre était le diélectrique, et dont l'autre armature était la surface de l'eau qui mouillait le verre en face de la main; les deux armatures étaient reliées aux pôles de la machine, l'une par la tige métallique, l'autre par l'intermédiaire du sol. En approchant sa seconde main de la tige pour retirer celle-ci, l'opérateur fit communiquer par son corps les deux armatures du condensateur chargé.

Cette expérience resta d'abord ignorée; l'année suivante, elle fut refaite, encore par hasard et dans des conditions identiques, au laboratoire du professeur Musschenbroeck, à Leyde, par un de ses élèves, Cuneus. Musschenbroeck voulut la répéter et se servit d'un vase de verre à parois très minces; la secousse qu'il reçut ainsi fut si violente, qu'en racontant le fait à Réaumur, il lui écrivit qu'« il crut que c'en était fait de lui et qu'il ne voudrait pas recommencer pour la couronne de France ».

Malgré la frayeur qu'elle avait causée à Mussenbroeck, l'expérience devint bientôt à la mode en France, où elle fut surtout vulgarisée par l'abbé Nollet. On reconnut ainsi que l'on peut di-

en communication avec le pôle isolé de la machine, que l'eau t être remplacée par un conducteur quelconque, enfin que la harge est plus intense avec les verres les plus minces. Bevis stitua à l'eau des feuilles d'or chiffonnées et colla extérieurent une feuille d'étain. Depuis, on a tapissé intérieurement le re avec des feuilles d'étain que l'on met en communication par moyen quelconque, feuille de clinquant ou fil de métal, avec térieur. Cette disposition, en augmentant la surface des armaes, augmente la capacité du condensateur. La *bouteille de yde* (*fig.* 80), telle qu'on l'emploie de nos jours, était conuite.

Fig. 80.

Comme on obtient des décharges d'autant plus intenses que la face des armatures est plus grande, on a été amené à employer s bocaux à large ouverture que l'on appelle *jarres électriques*.

La réunion de plusieurs jarres, dont les armatures internes sont unies entre elles par des tiges métalliques, et dont les armatures ternes sont réunies par une feuille de papier d'étain, qui tapisse érieurement la boîte contenant les bocaux, constitue une *batie*.

Il est important que le verre des bouteilles de Leyde soit bien lant, sinon les charges des armatures se combineraient lenteent et le condensateur se déchargerait spontanément. C'est surut par sa surface que le verre peut conduire, lorsque celle-ci est mide; il faut donc que le verre employé soit aussi peu hygroétrique que possible.

Pour éviter le dépôt d'humidité, on protégeait autrefois la rtie extérieure du verre, au-dessus de l'armature intérieure, par e couche de cire d'Espagne. Aujourd'hui, on emploie de préfé-

Pour maintenir le conducteur intérieur qui sert à la communication, on se servait autrefois d'un bouchon de liège enduit de cire d'Espagne. Il vaut mieux employer un bouchon d'ébonite ou d'une substance formée par un mélange de plâtre séché au four et de résine (pécite); l'isolement est beaucoup meilleur.

Les condensateurs employés pour augmenter la capacité des pôles des machines de Holtz, de Voss, de Wimshurst, etc., sont, en général, formés de deux bouteilles dont les armatures extérieures communiquent entre elles, tandis que les armatures internes sont reliées respectivement aux pôles de la machine; c'est une disposition en cascade.

CHAPITRE VII.

DÉCHARGES ÉLECTRIQUES. — ÉNERGIE ÉLECTRIQUE.

---

1. **Décharge électrique ou courant électrique.** — Le passage de
électricité d'un corps à un autre ou un déplacement d'électricité
ielconque a reçu le nom de *décharge électrique,* ou encore de
urant électrique.

On peut expliquer tous les phénomènes en supposant qu'une
s deux électricités reste en place et que l'autre seule se déplace.
n a admis, pour les définitions, que l'électricité négative ne
ugeait pas et que l'électricité positive seule voyageait. On ap-
lle alors *sens* du courant ou de la décharge le sens dans lequel
meut l'électricité positive, et *intensité* du courant le quotient
$\frac{1}{t}$ de la quantité d'électricité positive dM qui traverse une section
corps à travers lequel se fait la décharge dans le temps infini-
ent petit dt par ce temps.

L'intensité ainsi définie est, en général, la même au même mo-
ent en tous les points d'un conducteur parcouru par la décharge,
uf vers ses extrémités libres; mais c'est une quantité qui peut
rier avec le temps. C'est ainsi qu'en réunissant par un conduc-
ır les armatures d'un condensateur chargé, l'intensité dans le
nducteur, grande au premier moment, tombe rapidement à zéro.

Quand une décharge se fait à travers un corps conducteur, elle
t dite *conductive;* quand elle a lieu à travers un diélectrique
us forme d'étincelle, on la dit *disruptive.*

2. **Chaleur produite dans un conducteur traversé par une dé-
arge.** — Quand un courant ne varie pas avec le temps, comme
la a lieu pour les courants obtenus en réunissant les deux pôles
une pile par un fil conducteur, on peut démontrer aisément, en
mergeant le fil dans un calorimètre, qu'il y a une quantité de

est donnée par la relation

$$\text{(1)} \qquad J q = r i^2 t,$$

où t représente la durée de passage du courant, J l'équivalent mécanique de la chaleur, i l'intensité du courant et r la *résistance* du conducteur. Nous verrons plus loin quelle est la définition de la résistance, ainsi que la manière dont on peut mesurer i (Chap. X, n° 6). Disons seulement ici que la résistance d'un conducteur cylindrique homogène de longueur l, de section droite s, est donnée par

$$\text{(2)} \qquad r = \rho \frac{l}{s},$$

relation où ρ représente une quantité qui ne dépend que de la nature du conducteur et que l'on appelle la *résistance spécifique* ou *résistivité* de la substance. Cette quantité, très faible pour les métaux, est beaucoup plus considérable pour les liquides conducteurs et devient presque infinie pour les corps dits *isolants*.

La relation (1) représente la *loi de Joule*. Il ne paraît guère douteux *a priori* que cette loi s'applique aussi aux courants d'intensité i variable, c'est-à-dire que l'on a

$$\text{(3)} \qquad J q = \int r i^2 \, dt.$$

Nous verrons du reste plus loin (Chap. X, n° 8) une démonstration de cette relation.

Si l'on considère r comme une constante, c'est-à-dire si l'on néglige les variations de résistance dues à la variation de température produite dans le conducteur par la décharge, on a

$$\text{(4)} \qquad J q = r \int i^2 \, dt.$$

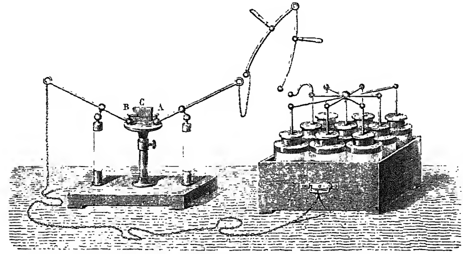
Toutes les conséquences des relations (3) ou (4) se trouvent vérifiées par l'expérience.

On voit par la relation (4) que, l'intégrale étant la même pour toutes les portions du circuit, la quantité de chaleur créée dans une partie quelconque est proportionnelle à sa résistance. Cette

marque explique pourquoi la quantité de chaleur dégagée dans un
l fin est plus considérable que celle produite dans les conducteurs e diamètre plus fort d'un même circuit. Remarquons, en outre, ue la capacité calorifique du fil fin par unité de longueur est plus aible; par suite, pour une même quantité de chaleur dégagée, on élévation de température est plus grande que celle des gros ls. Pour cette double raison, l'élévation de température d'un fil n est beaucoup plus grande que celle d'un gros fil quand ils ont traversés par la même décharge.

On peut mettre le phénomène en évidence en faisant passer la écharge d'une batterie (*fig.* 81) dans un fil d'or excessivement

Fig. 81.



n (¹). En appliquant le fil sur une feuille de papier qui sert de ıpport, on observe, après la décharge, une trace brune due à la olatilisation de l'or, tandis que les gros conducteurs de laiton qui omplètent le circuit traversé par la décharge se sont à peine chauffés.

Lorsqu'on fait la même expérience avec un fil de platine imıergé dans l'eau (*fig.* 82), la vaporisation du fil produit une orce élastique colossale et presque instantanée. Il en résulte un hoc si brusque sur le liquide que le verre qui le contient est risé. Cette expérience est connue sous le nom de *torpille élec-*

(¹) On prend ce qu'on appelle dans le commerce du *galon d'or,* c'est-à-dire n fil de soie recouvert d'un fil d'or très fin. Les expériences se font aussi bien vec le galon d'argent.

produits par la foudre [1].

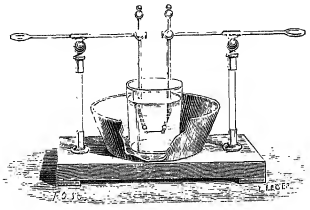


Fig. 82.

3. **Énergie électrique.** — Nous avons vu, à propos de la description du replenisher (Chap. IV, n° 7), que l'on peut charger un condensateur plan d'une manière réversible et isotherme; il est évident que ce que nous avons dit pour la charge d'un condensateur plan s'applique à un condensateur quelconque. Le travail fourni pendant la charge par le moteur qui actionne la machine est représenté par

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{2}\frac{M^2}{C},$$

où M est la quantité d'électricité du condensateur et C sa capacité; en vertu de la relation $M = CV$, où V est la différence de potentiel des armatures du condensateur, le travail peut être exprimé par

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{2}MV = \frac{1}{2}CV^2.$$

Pour maintenir sa température constante, il peut se faire que le système ait pris ou cédé une certaine quantité de chaleur Q au milieu environnant; la variation d'énergie du système ΔU pendant la transformation est donc

$$\Delta U = JQ + \mathfrak{E},$$

---

(1) Le fil de platine, pour se volatiliser, doit être environ de un dixième de millimètre de diamètre, sur une longueur d'à peu près 2^{cm}.

étant l'équivalent mécanique de la chaleur. La variation d'éner-
e d'un système étant indépendante de la manière dont s'est
fectuée la transformation, pour une même charge, à la même
mpérature, la variation d'énergie d'un même condensateur est
même.

Pendant longtemps, on a cru que la quantité Q de chaleur né-
essaire pour maintenir la température constante est nulle ou
ut au moins négligeable. M. Pellat, en s'appuyant sur les lois
e la Thermodynamique, a montré, il y a quelques années, qu'il
'en est pas ainsi et a donné l'expression suivante de Q :

$$JQ = \frac{1}{2} MV \frac{T}{C} \frac{dC}{dT},$$

ı T est la température absolue du condensateur. Cette relation
ontre que la quantité Q ne serait nulle que si la capacité du
ndensateur était indépendante de la température; or, il n'en
t pas ainsi généralement, à cause des dilatations et surtout à
use de la variation du pouvoir inducteur spécifique du diélec-
ique avec la température.

On a donc, en remplaçant JQ et $\mathcal{E}$ par leur valeur dans l'ex-
ression de ΔU,

$$\Delta U = \frac{1}{2} MV \left(1 - \frac{T}{C} \frac{dC}{dT}\right).$$

La valeur du terme correctif est loin d'être négligeable : dans
e expérience faite par MM. Pellat et Sacerdote, où l'on a mesuré
variation du pouvoir inducteur spécifique et la dilatation de
ébonite, les expérimentateurs ont trouvé, pour $\frac{T}{C} \frac{dC}{dT}$, la valeur
28; la correction était donc, dans ce cas, de plus d'un quart.

Lorsqu'on décharge un condensateur en réunissant métalli-
ement ses deux armatures, toute l'énergie du système se trans-
rme en énergie calorifique, et il faut, pour le ramener à l'état
imitif, enlever la quantité de chaleur créée q donnée par

$$Jq = \frac{1}{2} MV \left(1 + \frac{T}{C} \frac{dC}{dT}\right);$$

terme $\frac{1}{2} MV \frac{T}{C} \frac{dC}{dT}$ dépend des propriétés du diélectrique et de la
rface des armatures; il est donc très probable que la quantité

et à la surface des armatures; dans cette hypothèse, la quantité de chaleur dégagée dans le circuit qui réunit les armatures équivaut à $\frac{1}{2}$MV. Aussi, nous conserverons à cette expression ($\frac{1}{2}$MV) le nom d'*énergie électrique*, qu'on lui donne habituellement, en nous rappelant que ce n'est pas l'augmentation d'énergie à température constante due à la charge d'un condensateur, mais la quantité d'énergie calorifique que l'on peut recueillir ou utiliser *dans le circuit extérieur* pendant la décharge du condensateur.

Considérons un système de conducteurs A_1, A_2, ... situés à l'intérieur d'une enceinte conductrice, soient M_1, M_2, ... leurs charges et V_1, V_2, ... l'excès de potentiel qu'ils présentent sur l'enceinte. On démontre que l'augmentation d'énergie du système, lorsqu'il passe de l'état non électrisé à l'état actuel, a pour expression

$$\Delta U = \frac{1}{2}\sum MV - \frac{T}{2}\frac{\partial(\Sigma MV)}{\partial T},$$

en posant, pour abréger,

$$\Sigma MV = M_1V_1 + M_2V_2 + \ldots.$$

Dans l'expression ΣMV, V seul est fonction de la température T.

Si l'on décharge le système, en faisant communiquer les corps A_1, A_2, ... avec l'enceinte, la quantité d'énergie calorifique créée dans les communications est

$$Jq_1 = \frac{1}{2}\Sigma MV.$$

Aussi appelle-t-on la quantité $\frac{1}{2}\Sigma$MV l'*énergie électrique* du système.

La quantité $Jq_2 = \frac{T}{2}\frac{\partial(\Sigma MV)}{\partial T}$ est la quantité d'énergie calorifique créée ou détruite au même moment dans le diélectrique ou à la surface des conducteurs.

4. **Expériences de Riess.** — Nous venons de voir que la quantité de chaleur produite par la décharge d'un condensateur dans

circuit qui réunit les armatures est donnée par

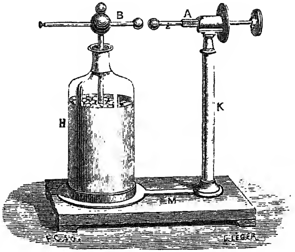
$$Jq_1 = \frac{1}{2}\frac{M^2}{C} = \frac{1}{2}MV = \frac{1}{2}CV^2.$$

Il résulte de là que, 1° pour un même condensateur, ou pour es condensateurs de même capacité, cette quantité de chaleur t proportionnelle au carré de la charge ou de la différence de otentiel; 2° pour une même charge communiquée à différents ondensateurs, elle est inversement proportionnelle à leur capaté; 3° pour une même différence de potentiel entre leurs armares, elle est proportionnelle à leur capacité.

Ces lois ont été établies expérimentalement par le physicien lemand Riess. Dans ses expériences, le rapport des charges ommuniquées aux condensateurs était déterminé au moyen de *bouteille électrométrique de Lane,* dont nous allons d'abord nner la description et indiquer l'usage.

La bouteille de Lane (*fig.* 83) est une bouteille de Leyde

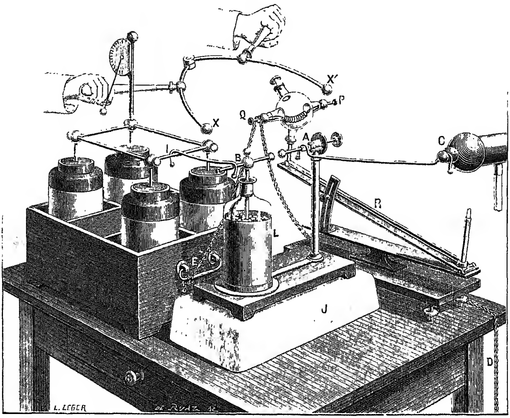
Fig. 83.



ont l'armature externe communique avec un bouton métallique A ue l'on peut rapprocher plus ou moins de la boule B de l'armare interne. Pour une distance donnée des boules A et B, l'étinelle, qui éclate entre elles lorsqu'on charge la bouteille, se prouit toujours pour la même différence de potentiel des armatures, elle qui correspond à la distance explosive AB. Isolons la bouille de Lane et relions une de ses armatures au pôle positif, par

tures d'un condensateur dont la seconde armature communique à l'autre pôle de la machine, soit directement, soit par l'intermédiaire du sol (*fig.* 84); lorsque la machine fonctionne, l'arma-

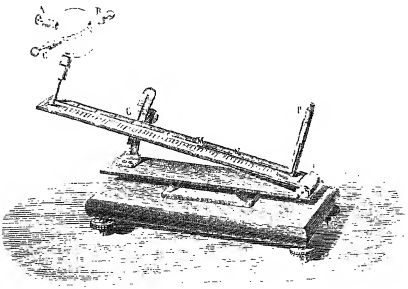
Fig. 84.



ture L se charge positivement, et, par influence, B prend une charge égale, mais négative, tandis que l'armature correspondante du condensateur I prend une charge positive égale; à mesure que la charge augmente, la différence de potentiel entre les armatures de la bouteille de Lane va en augmentant jusqu'à ce qu'elle corresponde à la différence de potentiel explosive entre les boules B et A. Soit alors m la charge des armatures; la quantité $+m$ passe de A à B et neutralise la charge $-m$ de cette dernière armature; il reste donc une charge $+m$ sur l'armature du condensateur I. Il en est de même à chaque étincelle; la charge du condensateur I est donc en définitive proportionnelle au nombre des étincelles qui ont éclaté entre les boules de la bouteille de Lane.

éées par la décharge, Riess a employé un appareil qui a reçu le nom de *thermomètre de Riess;* il est constitué (*fig.* 85) par un fil de platine long et fin, roulé en hélice et placé à l'intérieur d'un ballon de verre; deux bornes B et C permettent d'introduire ce fil dans un circuit. Le ballon de verre complètement clos communique avec un canal légèrement incliné, dont l'extrémité P se

Fig. 85.



redresse et débouche à l'air libre; ce canal renferme une colonne liquide M. Quand on insère le fil de platine dans le circuit de décharge d'un condensateur, la quantité de chaleur dégagée dans le fil échauffe le gaz du ballon et fait rétrograder la colonne liquide d'une quantité proportionnelle à l'élévation de température du gaz, et, par suite, à la quantité de chaleur créée dans le fil fin; or cette quantité q' est sensiblement égale à la quantité de chaleur totale q créée dans les conducteurs qui réunissent les armatures, parce que la résistance du reste du circuit est négligeable devant celle du fil de platine. Il y a, il est vrai, production d'une étincelle, mais elle est très petite et dégage très peu de chaleur. En tout cas, on peut admettre, sans grande erreur, que q est proportionnel à q', et, par conséquent, au déplacement de la colonne liquide.

Riess a constaté que, pour un même condensateur, le déplacement de la colonne liquide pendant la décharge est propor-

c'est-à-dire que la quantité de chaleur dégagée par la décharge d'un condensateur est proportionnelle au carré de sa charge. Prenant ensuite des batteries constituées par des nombres différents de bouteilles identiques, il les chargeait avec un même nombre d'étincelles de la bouteille de Lane; il a constaté que la quantité de chaleur dégagée est inversement proportionnelle au nombre des bouteilles. Il en résulte, puisque la capacité de la batterie est proportionnelle au nombre des bouteilles, que, à charge égale, la chaleur créée dans la décharge d'un condensateur varie en raison inverse de sa capacité.

Les quantités de chaleur créées dans la décharge sont toujours les mêmes, quels que soient les conducteurs qui réunissent les armatures, pourvu toutefois que la décharge ne produise pas de travail mécanique. Il y a bien, il est vrai, production d'un travail mécanique dans l'étincelle qui accompagne forcément toute mise en communication des armatures d'un condensateur chargé, mais quand l'étincelle éclate dans l'air, ce travail, qui donne lieu à la production du bruit de l'étincelle, est insignifiant.

5. **Décharge continue. Décharge oscillante.** — Lorsque la décharge d'un condensateur s'effectue dans un circuit résistant, elle est continue; c'est-à-dire que l'intensité du courant de décharge descend uniformément jusqu'à zéro. Au contraire, si la résistance du circuit est très faible, la décharge est oscillante; c'est-à-dire que le sens du courant change un grand nombre de fois, l'intensité passant par un même nombre de maxima séparés par des valeurs nulles, les maxima étant de plus en plus faibles jusqu'à devenir nuls. Ces courants alternatifs seraient périodiques n'était l'affaiblissement qu'ils éprouvent. La durée de la pseudo-période T (c'est-à-dire, par exemple, la durée qui sépare deux maxima consécutifs de même sens), est donnée par l'expression

$$T = \pi \sqrt{LC},$$

où L est le *coefficient de self-induction* du circuit (¹) et C la ca-

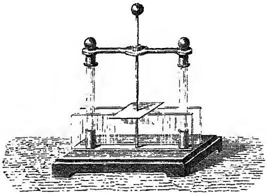
(¹) *Voir*, pour la définition de L et pour la démonstration de cette formule, l'*Induction électrique*, t. II.

ɔ. **Décharges disruptives.** — La décharge entre deux conduc-
rs se faisant à travers l'isolant qui les sépare produit un trait feu, une étincelle, et l'isolant est percé. On a donné le nom *lectrodes* aux deux conducteurs entre lesquels éclate l'étincelle; ectrode d'où part le courant s'appelle *anode* et l'autre *cathode.*

Dans le trajet du courant à travers le diélectrique, il y a une antité de chaleur dégagée qui peut être considérable, d'où une npérature très élevée des particules du diélectrique et des par- ıles arrachées aux conducteurs, qui deviennent lumineuses et stituent l'étincelle. Si le diélectrique est un gaz sous la pres- n atmosphérique, il devient conducteur grâce à la grande élé- ion de la température et, par suite, la décharge peut être illante, si le reste du circuit présente une faible résistance. ns le cas où la décharge traverse des gaz raréfiés, la résistance te considérable et il n'y a pas d'oscillations.

Pour montrer que le diélectrique est brisé par l'étincelle, il faut urellement s'adresser à un diélectrique solide. Par exemple, on ce une lame de verre (*fig.* 86) entre deux pointes métalliques

Fig. 86.



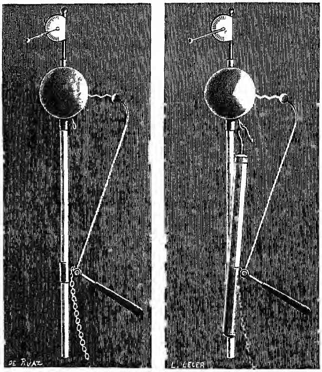
nt l'une communique avec l'armature extérieure d'une batterie; que la charge de la batterie a atteint une valeur suffisante, on communiquer par un excitateur à manches de verre l'armature

celui-ci est percé [1].

La chaleur dégagée par l'étincelle peut enflammer des corps combustibles ou des mélanges détonants : on connaît son emploi en Chimie pour effectuer les combinaisons dans l'eudiomètre.

7. **De la longueur de l'étincelle.** — La longueur de l'étincelle qui peut éclater entre deux conducteurs déterminés dépend de leur différence de potentiel et non des quantités d'électricité dont ils sont chargés. L'expérience suivante met ce fait en évidence. Le conducteur supérieur d'une machine Carré (*fig.* 87) est muni

Fig. 87.



d'un électromètre de Henley [2]. On place à une distance fixe le

---

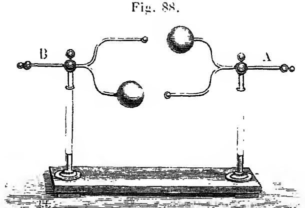
(1) Pour faire avec succès cette expérience, il est bon de noyer la pointe supérieure dans un diélectrique liquide tel que l'essence de térébenthine, on évite ainsi que l'étincelle ne contourne la lame de verre.

(2) Ce petit appareil consiste en une tige conductrice A placée sur le conducteur C dont on veut apprécier l'excès de potentiel sur les parois de la pièce où l'on opère. Cette tige A porte une paille pouvant tourner très librement, dans un plan vertical, autour d'un axe placé à une de ses extrémités. L'autre extrémité de celle-ci porte une balle de moelle de sureau. Quand le conducteur C est chargé,

nducteur qui constitue l'autre pôle de la machine, après l'avoir é au sol par une chaîne. L'étincelle éclate entre ces deux pôles ır une certaine déviation du pendule de l'électromètre, dévia-ı qui dépend de l'excès de potentiel du pôle isolé sur les parois la pièce, c'est-à-dire de la différence de potentiel des deux es. On met ensuite l'une des armatures d'un condensateur en nmunication avec le conducteur supérieur de la machine et ıtre armature avec le second pôle; on constate alors que l'étin-e a lieu pour une même divergence du pendule, c'est-à-dire r une même différence de potentiel entre les électrodes; seule-nt dans le second cas l'étincelle est beaucoup plus forte, la ıntité d'électricité qui passe étant plus considérable.

Pour une même distance, la différence de potentiel explosive ɪend de la forme des électrodes. On ne connaît pas de lois ples pour ce phénomène. Citons seulement la remarque sui-te : entre deux sphères conductrices de diamètres inégaux la

Fig. 88.



ance explosive est plus grande si la petite sphère sert d'anode si elle sert de cathode.

On peut le montrer avec deux électrodes bifurquées portant cune une grande et une petite sphère (*fig.* 88), la distance sphères est la même dans les deux branches; lorsque A est

---

ge A et la balle de sureau se chargent de la même électricité; la balle est ussée par la tige A et la paille forme avec la verticale un certain angle me-par un demi-cercle gradué. Cet angle est d'autant plus grand que l'excès tif ou négatif du potentiel du conducteur sur les parois de la pièce est plus idérable. En effet, la charge de la tige et de la balle de sureau augmente avec xcès de potentiel.

elle passe au contraire dans la branche supérieure si A est relié au pôle négatif.

Beaucoup de savants ont étudié la distance explosive qui correspond à une différence de potentiel déterminée. Nous allons donner ici les résultats obtenus par MM. Bichat et Blondlot, qui sont d'accord avec ceux trouvés par M. Baille. L'étincelle éclatait entre deux sphères de cuivre ayant chacune 1^{cm} de diamètre.

Distance explosive.	Différence de potentiel en unités électrostatiques C.G.S.
cm	
0,1	16,1
0,2	27,5
0,4	47,7
0,6	64,9
0,8	77,0
1,0	84,7
1,5	97,8
2,0	104,5

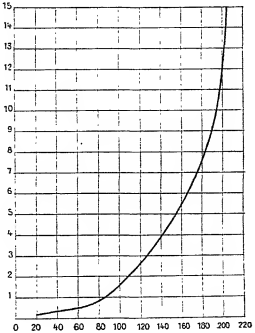
D'après les expériences relatives faites avec des électrodes sphériques de 3^{cm} de diamètre par M. Mascart, le Tableau se continue ainsi :

Distance explosive.	Différence de potentiel.	Différence.
cm		
2	104,5	
3	124	19,5
4	141	17
5	153	12
6	164	11
7	173	9
8	181	8
9	187	6
10	192	5
11	196	4
12	199	3
15	206	7

Il résulte du Tableau précédent que l'augmentation de la diffé-

nce de potentiel explosive avec la distance est de moins en moins
rte; si l'on construit une courbe en portant les différences de
tentiel en abscisses et les distances explosives en ordonnées
(*fig.* 89), on observe un relèvement rapide de la courbe qui semble

Fig. 89.



dre vers une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées. Il est
obable que la distance explosive devient énorme pour des diffé-
ces de potentiel peu supérieures à celles que nous pouvons
tenir.

Pour des milieux différents interposés entre les électrodes, la
fférence de potentiel explosive correspondant à une même
stance est plus grande s'il s'agit d'un solide que s'il s'agit d'un
quide et plus grande dans ce cas que pour les gaz.

Pour ceux-ci, elle dépend de la nature du gaz, de sa pression et
sa température.

8. **Influence de la température.** — La différence de potentiel V
écessaire pour qu'une étincelle éclate dans un gaz entre deux
ectrodes de distance invariable diminue quand la température
élève, et l'on a à peu près la relation

$$V(1 + \alpha t)^2 = \text{const.}$$

l'élévation de température, il suffit de placer un bec de gaz allumé au-dessous des deux électrodes : on observe que l'étincelle qui ne passe pas à froid passe aussitôt. Cette expérience explique le phénomène suivant : il arrive qu'après avoir eu quelque difficulté à obtenir une première étincelle entre deux conducteurs, les autres passent facilement ; c'est qu'en effet l'air est échauffé par la première étincelle et, par suite, la différence de potentiel explosive diminue.

9. **Influence de la pression.** — Les phénomènes dus aux variations de la pression sont particulièrement intéressants. La différence de potentiel explosive diminue avec la pression et les variations de ces deux grandeurs sont sensiblement proportionnelles tant que la pression ne s'écarte pas trop de la pression atmosphérique normale. Mais si l'on raréfie de plus en plus le gaz, on observe un minimum pour une valeur de la pression de l'ordre du millimètre de mercure ; au delà, la différence de potentiel explosive augmente de plus en plus quand la pression diminue. Masson a observé que, avec les raréfactions les plus grandes que l'on peut atteindre, l'étincelle préférait traverser quinze à vingt centimètres d'air sous la pression atmosphérique plutôt que un millimètre dans le vide.

L'aspect de la décharge varie considérablement suivant le degré de raréfaction. Pour les pressions de quelques millimètres ou de quelques dixièmes de millimètre de mercure, on observe des phénomènes lumineux remarquables ; les tubes qui servent à ces expériences portent le nom de *tubes de Geissler*. Une lumière violacée entoure la cathode, tandis qu'un filet lumineux d'une couleur qui dépend de la nature du gaz (rose pour l'air ou l'hydrogène) semble partir de l'anode et se terminer un peu en avant de la cathode.

Cette lumière anodique présente pour certaines pressions des *stratifications*, c'est-à-dire des alternatives de lumière et d'obscurité régulièrement espacées, qui ont été étudiées en particulier par M. Crova. La distance de deux strates consécutives dépend du diamètre du tube ; elle augmente quand la pression diminue.

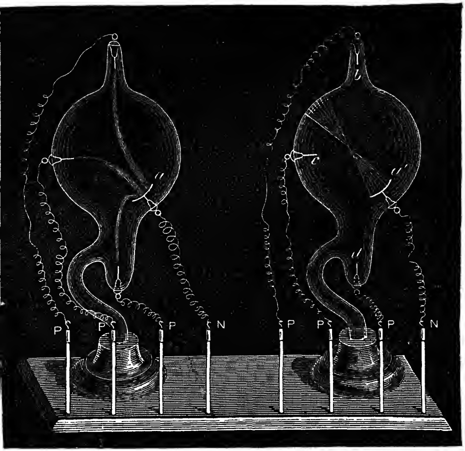
La lumière anodique est très riche en rayons ultra-violets et

suite très apte à produire des phénomènes de luminescence
osphorescence ou fluorescence).

A mesure que le vide s'accentue, les phénomènes changent
spect : la lueur anodique recule du côté de l'anode et finit par
paraître, la lumière violette qui entourait la cathode avance
s l'anode et disparaît à son tour; le tube paraîtrait alors com-
tement sombre si les parois n'étaient devenues fluorescentes.

10. **Rayons cathodiques.** — A ce degré de raréfaction, il
chappe de la cathode, et en ligne droite, quelque chose que
a appelé *rayons cathodiques;* ces rayons excitent la lumi-

Fig. 90.



scence des corps luminescents qu'ils rencontrent : par exemple,
la calcite placée à l'intérieur du tube s'illumine d'une fluores-
nce orangée, le rubis donne une fluorescence rouge, etc.

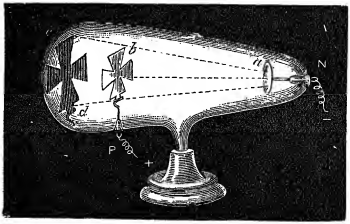
Les phénomènes remarquables dus aux rayons cathodiques ont

Goldstein et vulgarisés plus tard par le physicien anglais Crookes. Les tubes dans lesquels la raréfaction est suffisante pour la production des rayons cathodiques sont souvent appelés *tubes de Crookes*.

La fluorescence due aux rayons cathodiques est indépendante de la position de l'anode, on peut le constater avec un tube dans la paroi duquel sont soudés plusieurs fils de platine, l'un d'eux servant de cathode, le phénomène observé est indépendant du fil pris comme anode (*fig.* 90, à droite); tandis qu'avec le degré de raréfaction des tubes de Geissler la même disposition donnerait autant de faisceau de lumière anodique qu'il y a d'anodes (*fig.* 90, à gauche).

Les rayons cathodiques se propagent en ligne droite. Crookes a montré cette propriété au moyen d'une ampoule (*fig.* 91) por-

Fig. 91.



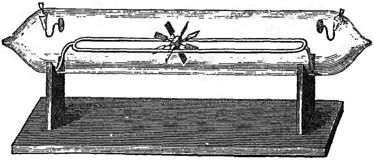
tant en face de la cathode *a* une croix d'aluminium *b*; la paroi de verre opposée à la cathode montre l'ombre de la croix d'aluminium; cette ombre occupe exactement la même place que celle que l'on observerait en remplaçant la cathode par un disque lumineux de même grandeur.

Les rayons cathodiques produisent des actions mécaniques. Pour le montrer on emploie un tube (*fig.* 92) muni d'un moulinet qui peut rouler sur deux petits rails; les ailettes supérieures sont seules frappées par les rayons cathodiques, et le moulinet se met en mouvement, comme s'il recevait un souffle de la cathode.

si, avec une cathode concave, les rayons convergent au centre courbure (*fig.* 90, à droite). En ce point, la température est s élevée; si l'on y a placé une petite lame de platine, on la voit ıgir.

Les rayons cathodiques sont repoussés par un corps chargé gativement et attirés par un corps chargé positivement; il est

Fig. 92.



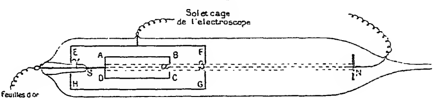
ɔessaire, pour faire l'expérience, d'opérer avec un tube bien afin que ses parois ne forment pas écran électrique.

Les rayons cathodiques sont déviés par l'aimant comme un rant électrique qui irait de la partie anticathodique vers la ıode, c'est-à-dire comme un courant de matière chargée néga-ement et émanant de la cathode.

Les premiers physiciens qui ont observé les rayons cathodiques ont assimilés à des vibrations lumineuses émises par la cathode; ıtres ont cru qu'ils étaient plutôt produits par une matière ssée par la cathode.

On doit à M. J. Perrin une expérience capitale qui met hors de ıte l'exactitude de cette dernière hypothèse. Il a fait pénétrer

Fig. 93.



rayons cathodiques à l'intérieur d'un cylindre de Faraday ABCD cé dans un tube de Crookes (*fig.* 93); un fil métallique soudé S dans la paroi du tube faisait communiquer le cylindre avec les illes d'or d'un électroscope; un cylindre métallique EFGH,

le sol et en outre servait d'anode. Un pinceau de rayons émanés de la cathode N pénétrait dans le cylindre et le chargeait négativement. Si, au moyen d'un aimant, on déviait le pineeau de rayons cathodiques de façon qu'il ne pénétrât plus dans le cylindre de Faraday, la déviation des feuilles d'or cessait de croître. Elle augmentait de nouveau si, l'aimant étant ôté, le pinceau de rayons cathodiques pénétrait à nouveau dans le cylindre de Faraday. Les rayons cathodiques emportent donc bien avec eux de l'électricité négative.

M. Villard a complété le travail de M. Perrin en montrant que la matière qui transporte l'électricité négative est probablement de l'hydrogène ou un produit de dissociation de l'hydrogène. Crookes avait observé que les parois d'un tube à vide sont très fortement chargées d'électricité positive et au même potentiel que l'anode, très différent d'ailleurs de celui de la cathode. D'après les expériences de M. Villard, presque tout l'intérieur du tube est au même potentiel que l'anode; il en résulte que la chute de potentiel près de la cathode a lieu en quelques millimètres et que, par suite, le champ est très intense dans cette région. Les particules d'hydrogène partant des parois de verre du tube, chargées positivement et suivant les lignes de forces, se précipitent sur la cathode, prennent l'électricité négative de celle-ci et repartent normalement avec une très grande vitesse; elles rebondissent sur les différents corps qu'elles rencontrent et excitent leur fluorescence; elles reviennent ainsi aux parois du tube, où elles se rechargent positivement. On s'explique bien ainsi le souffle qui part de la cathode.

Pour mettre en évidence la présence de l'hydrogène, M. Villard a eu recours à l'analyse spectrale; il a observé très nettement le spectre de ce gaz au voisinage de la cathode. M. Villard a en outre montré la présence de l'hydrogène en utilisant ses propriétés réductrices; ainsi, en plaçant un disque de cuivre oxydé en face de la cathode, on observe la réduction partout où frappent les rayons cathodiques. Ces rayons pénètrent dans le verre à une certaine profondeur et peuvent réduire les verres cuivriques à l'état de verres cuivreux, la coloration verte primitive est remplacée par une coloration rouge partout où ont frappé les rayons. Enfin, si le verre de l'ampoule contient du silicate de plomb, et

n liberté de plomb. C'est ce qui explique le noircissement des mpoules qui ont servi un certain temps.

Il restait à chercher d'où provient l'hydrogène dans des tubes ù l'on a fait le vide plusieurs fois après avoir laissé rentrer naque fois de l'oxygène, par exemple, pour bien le laver. M. Vilrd a constaté que l'on ne peut pas, dans les circonstances habielles, débarrasser complètement les parois de la vapeur d'eau ui y adhère; la décharge décompose cette vapeur d'eau et met nsi de l'hydrogène en liberté. A l'appui de cette assertion, il a ontré que si l'on élimine toute trace d'hydrogène, il n'y a plus roduction de rayons cathodiques. M. Villard a employé, à cet effet, n tube avec électrodes de mercure pour éviter les gaz occlus dans s électrodes solides, et il a fait le vide à la température d'ébullion du mercure; en prenant ces précautions, on n'observe plus hydrogène au spectroscope et il n'y a pas de rayons cathodiques.

11. **Rayons de Rœntgen, de Sagnac, de Becquerel.** — Nous rminerons ce sujet en indiquant un dernier phénomène dû aux yons cathodiques : la production de radiations nouvelles dont nature nous est encore inconnue; ces radiations ont été découertes par le professeur Röntgen à Würtzbourg, et elles ont reçu le om de *rayons de Röntgen* ou *rayons X*. Elles se produisent utes les fois que les rayons cathodiques viennent à frapper une surce solide; la paroi de verre du tube de Crookes, par exemple, est siège d'émission de rayons X; de même une palette d'aluminium i de platine placée dans le tube et recevant les rayons cathoques émet des rayons X.

Ces radiations peuvent sortir du tube où sont produits les rayons thodiques et elles ont pu, par suite, être étudiées aisément. Leurs rincipales propriétés sont les suivantes :

1° Elles excitent la luminescence des corps fluorescents et en articulier celle du platinocyanure du baryum. C'est d'ailleurs ette propriété qui les a fait découvrir par le professeur Röntgen : ne ampoule de Crookes était enveloppée complètement par une offe noire, et le tout placé dans l'obscurité, l'expérimentateur perçut alors de la lumière émise par un flacon contenant du atinocyanure de baryum situé à proximité.

lumière naturelle.

3° En passant dans le voisinage des corps électrisés elles produisent leur décharge.

4° Elles traversent des substances opaques pour la lumière, telles que le bois, les tissus, et d'une manière générale, les matières organiques; elles traversent encore certains métaux légers, l'aluminium par exemple. Il y a du reste absorption plus ou moins grande comme pour la lumière.

5° Elles se propagent en ligne droite et n'éprouvent ni réflexion, ni réfraction, ni diffraction.

M. Sagnac a établi que lorsque les rayons X viennent frapper une surface solide, des rayons analogues mais plus absorbables prennent naissance; ces *rayons secondaires* (*rayons* S) peuvent par le même mécanisme en donner d'autres plus absorbables (*rayons tertiaires*), et ainsi de suite.

M. H. Becquerel a trouvé que l'uranium et ses sels émettent des radiations sans qu'il soit nécessaire qu'ils aient été au préalable frappés par la lumière ou par les rayons X, car l'émission a lieu même si ces corps ont été laissés dans l'obscurité pendant un temps excessivement long. Ces radiations jouissent des mêmes propriétés que les rayons X, mais elles sont plus facilement absorbables.

Depuis, M. et M^me^ Curie ont trouvé que le thorium produit les mêmes phénomènes que l'uranium et qu'il était le seul des corps simples à partager cette propriété avec l'uranium. Ces expérimentateurs ont aussi observé qu'un minéral, la *pechblende,* émet des radiations d'une grande intensité, que l'on ne peut expliquer par les traces d'uranium ou de thorium qui y sont contenues. Ils ont réussi à extraire de ce minéral deux nouveaux métaux actifs, le *polonium* et le *radium :* ce dernier métal a pu être isolé jusqu'à l'état de pureté; il est caractérisé par un spectre très distinct de celui du baryum, dont il se rapproche par beaucoup de propriétés.

Toutes les radiations que nous venons d'énumérer jouissent de propriétés communes; elles ne diffèrent des rayons X que par leur absorbabilité plus grande, et même cette différence n'est pas bien nette, car les rayons X obtenus avec des tubes dans lesquels la raréfaction n'est pas très poussée (*tubes mous*) sont identiques aux rayons secondaires de M. Sagnac.

diations, ou une partie seulement, sont des vibrations de l'éther, alogues à celles de la lumière, mais dont la durée de vibration t beaucoup plus faible, autrement dit, dont la longueur d'onde t beaucoup plus courte. Ceci explique, en particulier, pourquoi s radiations ne subissent ni réflexion, ni réfraction, ni polari- tion.

Nous laisserons de côté ce sujet, qui se rattache à l'Optique, pour us occuper seulement de l'action de décharge produite par ces yons sur les corps électrisés.

Pour mettre cette action de décharge en évidence, il suffit de arger un électroscope à feuilles d'or et de faire agir à distance tube de Crookes; on observe que les feuilles d'or se rap- ochent tant que le tube de Crookes est en action. La dé- arge continue même un peu après que le tube a cessé de fonc- nner, puis les feuilles d'or s'arrêtent, et elles ne se rapprochent nouveau que si l'on actionne le tube. La découverte de la écharge des corps électrisés par les rayons X a été faite simul- nément par MM. Benoist et Hurmuzescu en France, par M. H. ıfour en Suisse (1896) et par M. Righi en Italie.

M. J. Perrin a étudié cette action de décharge, et il a établi que, *ur que les rayons X déchargent les corps électrisés, il suffit l'ils traversent les lignes de forces qui aboutissent à ces rps ou qui en partent.*

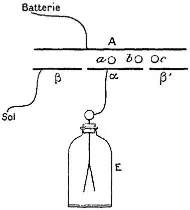
Plus généralement, il a démontré que si les rayons X traversent s lignes de forces qui réunissent deux surfaces conductrices ectrisées, la différence de potentiel des deux surfaces diminue tend à devenir nulle.

L'expérience qui permet d'établir cette loi a été faite de la anière suivante :

Une plaque rectangulaire α est découpée dans l'une des arma- res $\beta\alpha\beta'$ d'un condensateur chargé A$\beta\alpha\beta'$ (*fig.* 94). La partie $\beta\beta'$ t reliée constamment au sol, et la partie A est maintenue à un tentiel différent de celui du sol. Au début, la plaque α est réunie r un fil métallique à la partie $\beta\beta'$ qui l'entoure et dont elle n'est parée, d'ailleurs, que par un étroit intervalle; il s'ensuit que distribution électrique est la même que si le plateau inférieur ait continu. La plaque α est, en outre, reliée d'une façon perma-

entre les deux plateaux, sans que ce faisceau les touche, normalement au plan de la figure. L'égalisation de potentiel entre A et α,

Fig. 94.



accusée par l'écartement des feuilles d'or, est rapide lorsque le faisceau passe en a ou b. Elle devient pratiquement nulle, s'il passe en c : le faisceau ne rencontre plus alors les lignes de forces qui se terminent à la surface de α.

M. Perrin a fait l'hypothèse suivante pour expliquer ces phénomènes : lorsque les rayons X traversent un gaz, même un gaz simple, celui-ci est *ionisé,* c'est-à-dire que sa molécule est décomposée en parties plus simples que l'on appelle des *ions* (comme dans les phénomènes d'électrolyse) ; les uns sont chargés positivement et les autres négativement. Les ions positifs, suivant la direction du champ, se déplacent le long des lignes de forces et vont trouver les surfaces chargées négativement dont ils élèvent le potentiel, tandis que les ions négatifs se déplacent en sens inverse et vont diminuer le potentiel des surfaces positives, et cela jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de lignes de forces, c'est-à-dire jusqu'à égalisation des potentiels. Cette hypothèse explique la décharge postérieure à l'arrêt du tube : les ions séparés pendant le fonctionnement du tube continuent à se déplacer lorsque l'action de celui-ci est interrompue, jusqu'à ce qu'ils aient rencontré un conducteur.

CHAPITRE VIII.

MESURES DES DIFFÉRENCES DE POTENTIEL.

Les appareils qui sont employés pour mesurer les différences e potentiel portent le nom d'*électromètres*. On peut les diviser 1 deux groupes : les électromètres *absolus,* qui servent à la meire des différences de potentiel en valeur absolue, et les électroètres *relatifs,* qui ont seulement pour but de déterminer le ıpport des différences de potentiel.

Nous allons d'abord exposer un théorème qui nous sera utile our établir la théorie de ces instruments.

1. **Théorème sur la déformation d'un condensateur.** — Consiérons un système composé de deux surfaces conductrices à des tentiels différents, séparées par un milieu diélectrique qui peut re homogène ou hétérogène, mais qui n'est pas électrisé, l'une e ces surfaces conductrices formant écran électrique par rapport l'autre; autrement dit, considérons un condensateur chargé ont les deux armatures peuvent ne pas être très voisines. Si l'on ent à déformer ce condensateur, les forces électriques accomıissent un certain travail. On peut évaluer, d'après la variation e la capacité, la somme des travaux des forces électriques lorsque déformation a lieu à charge constante.

Supposons les forces électriques constamment équilibrées par es forces mécaniques extérieures au système et que la déforma- n n'entraîne aucune variation de force vive; dans ce cas le traıil des forces extérieures, T, est égal et de signe contraire à celui es forces électriques, W,

$$W = -T.$$

Faisons subir au système une transformation réversible, en em-

petit (*voir* Chap. IV, n° 7 et 8), la température étant maintenue constante; nous savons que, dans ces conditions, le travail des forces extérieures ne dépend que de l'état initial et de l'état final.

Prenons comme état initial celui où le condensateur n'est pas chargé et où sa capacité est C_1; comme état final celui où chaque armature du condensateur possède une charge M en valeur absolue, sa capacité étant en outre devenue C_2.

Nous allons passer de l'état initial à l'état final par deux transformations différentes et écrire que, dans les deux cas, le travail des forces extérieures est le même.

Dans la première transformation, la forme du condensateur restant invariable, on lui communique une charge M par le jeu du replenisher. On a vu que le travail qu'il faut fournir a pour expression

$$\frac{1}{2}\frac{M^2}{C_1}.$$

On déforme ensuite le condensateur sans modifier la charge, pour l'amener à avoir une capacité C_2; pendant cette déformation les forces extérieures accomplissent un travail T.

Le travail total des forces extérieures pendant la transformation est donc

$$\frac{1}{2}\frac{M^2}{C_1}+T.$$

Dans la deuxième transformation, sans charger le condensateur, on le déforme de façon à lui donner la capacité C_2 qui correspond à l'état final; le travail des forces électriques et, par suite, celui des forces extérieures sont nuls. On communique ensuite au condensateur la charge M; le travail total des forces extérieures pendant cette deuxième transformation se réduit à celui fourni au replenisher, qui est donné par

$$\frac{1}{2}\frac{M^2}{C_2}.$$

On a donc l'égalité

$$\frac{1}{2}\frac{M^2}{C_1}+T=\frac{1}{2}\frac{M^2}{C_2},$$

d'où :

$$T=\frac{1}{2}M^2\left(\frac{1}{C_2}-\frac{1}{C_1}\right).$$

comme le travail des forces électriques W est égal à T en va-
r absolue et de signe contraire, on a

$$W = \frac{1}{2} M^2 \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2}\right) = \frac{1}{2} M^2 \frac{C_2 - C_1}{C_2 C_1}.$$

Celle est l'expression du travail des forces électriques pendant
e déformation réversible et isotherme à charge constante.

Si une partie du condensateur se déplace dans le sens même de
orce électrique qui s'exerce sur elle, W est positif et, par suite,
a, d'après la relation (1),

$$C_2 > C_1;$$

si, quand une pièce se déplace dans le sens de la force élec-
ue, la capacité augmente : *les forces électriques tendent à
former un condensateur dans le sens qui augmente sa ca-
ité.*

Dans le cas d'une déformation infiniment petite, on peut poser

$$C_1 = C,$$
$$C_2 = C + dC;$$

a alors

$$dW = \frac{1}{2} M^2 \frac{dC}{C^2} = \frac{1}{2} V^2 dC,$$

appelant V la différence de potentiel des armatures.

upposons que la déformation consiste en un déplacement de
slation d'une partie du système; par exemple, une armature
déplace parallèlement à elle-même de da dans une certaine di-
ion. Projetons les forces électriques sur la direction du dépla-
ent, et soit f la somme de ces projections; nous avons

$$dW = f\,da,$$

, en remplaçant dans l'égalité précédente,

$$f = \frac{1}{2} V^2 \frac{dC}{da}.$$

e relation permet de calculer f.

ur avoir la valeur même de la résultante des forces élec-
ues, on détermine $\frac{dC}{da}$ pour trois déplacements linéaires dans
directions rectangulaires.

siste uniquement dans la rotation infiniment petite $d\alpha$ d'une partie du condensateur autour d'un certain axe; soit m le moment par rapport à cet axe des forces électriques agissant sur la partie mobile, on sait que

$$dW = m\,d\alpha,$$

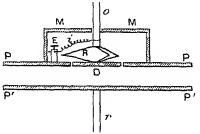
d'où

$$m = \frac{1}{2} V^2 \frac{dC}{d\alpha},$$

relation qui permet de déterminer m.

2. **Électromètre absolu de Lord Kelvin et ses modifications.** — Le premier électromètre absolu a été inventé par Lord Kelvin. Il se compose de deux plateaux métalliques circulaires parallèles P et P′ (*fig.* 95 et 96) formant les armatures d'un condensateur, séparées

Fig. 95.



par de l'air. Lorsqu'une différence de potentiel existe entre les plateaux, il s'exerce des forces électriques qui tendent à les rapprocher; on a vu (Chap. IV, n° **12**) que l'on a, entre la tension électrostatique τ, la densité superficielle σ, le champ φ, la différence de potentiel V et la distance e des deux plateaux, les relations

$$\tau = 2\pi\sigma^2, \qquad 4\pi\sigma = \varphi = \frac{V}{e};$$

d'où l'on tire

$$\sigma = \frac{V}{4\pi e} \qquad \text{et} \qquad \tau = \frac{V^2}{8\pi e^2}.$$

tension qui s'exerce sur une surface limitée S d'un des plateaux urface prise suffisamment loin des bords) est

$$f = S\tau = \frac{SV^2}{8\pi e^2};$$

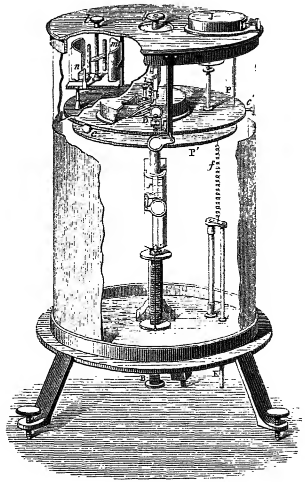
où

$$V^2 = \frac{8\pi e^2 f}{S}.$$

ette formule permet de calculer V si l'on a mesuré f, e et S.

Tel est le principe de l'appareil; voyons comment on l'a réalisé.

Fig. 96.



La partie centrale D du plateau supérieur P est détachée du reste us forme d'un petit disque supporté par trois ressorts R en acier s minces, disposés à 120° l'un de l'autre et fixés à une tige o; tte tige est commandée par une vis qui passe dans un écrou. Un métallique i très fin et très flexible relie le disque D à la partie

deux conducteurs au même potentiel. L'influence du petit sillon qui sépare les deux parties du plateau est négligeable et l'on réalise ainsi un plateau dont la partie centrale est mobile et soutenue par un dynamomètre.

Pour qu'il n'existe de forces de tension qu'à la partie inférieure seule du disque mobile, il faut que sa partie supérieure ne soit pas électrisée; on réalise cette condition en recouvrant celui-ci par une boîte métallique MM reposant sur l'anneau de garde.

Afin de reconnaître que le disque est dans le plan de l'anneau de garde, position que nous appellerons la *position normale*, ce disque porte un cheveu tendu horizontalement dans une petite fourche; l'image du cheveu, donnée par un objectif fixé à l'anneau de garde, vient se faire entre deux pointes de vis (visibles en avant de la *fig.* 96), qui forment réticule; le tout est regardé à travers une loupe formant oculaire. On règle une fois pour toutes la position de ces vis pour voir l'image du cheveu entre leurs pointes quand le disque se trouve dans la position normale.

Enfin, le plateau inférieur P' peut se déplacer verticalement au moyen d'une vis micrométrique, ayant sa tête en B, et qui porte un tambour dont chaque division correspond à un déplacement du plateau égal à un centième de millimètre.

Pour se servir de l'appareil, on en fait la tare, c'est-à-dire que, toutes les parties étant au même potentiel, on place sur le disque mobile des poids marqués disposés bien symétriquement; les ressorts fléchissent, et l'on agit alors sur la vis supérieure de façon à ramener le disque dans la position normale. On enlève les poids, ce qui fait remonter le disque mobile au-dessus du plan de l'anneau de garde. Soient p la masse de ces poids en grammes et g l'intensité de la pesanteur; la force ainsi supprimée est pg.

La tare étant faite, on établit, entre les deux plateaux, la différence de potentiel à mesurer et l'on élève le plateau inférieur jusqu'à ce que le disque mobile ait repris sa position normale. La force de tension f produit alors sur le disque mobile le même effet que la force pg; par suite on a $f = pg$ et d'après (1) :

$$V = e\sqrt{\frac{8\pi pg}{S}}.$$

déterminer la distance e des deux plateaux; on décharge le
ème; on note la position du plateau inférieur; puis on le sou-
jusqu'à ce qu'il vienne s'appliquer contre le plateau supérieur;
note la nouvelle position; la différence des deux lectures
ne e.

ette manière d'opérer convient pour des différences de poten-
d'au moins 7 à 8 unités C.G.S.; si la différence à mesurer est
faible (1 à 2 unités), il se présente une difficulté d'ordre pra-
e : il faut amener le plateau inférieur très près du disque
ile pour que celui-ci reprenne sa position normale; dans ces
litions l'équilibre est instable et le plateau mobile se précipite
quement vers le plateau inférieur. Lord Kelvin a remédié à
nconvénient en ajoutant à la différence de potentiel qu'on veut
urer, une différence auxiliaire constante et choisie de façon que
omme des deux ait la valeur qui convient à la mesure. Suppo-
qu'il s'agisse de mesurer la différence de potentiel v aux deux
s d'une pile de 300 éléments (soit environ 1 à 2 unités C.G.S.).
lui ajoute la différence de potentiel V' qui existe entre les arma-
s d'une bouteille de Leyde à charge constante; dans ces con-
ons, on mesure

$$V = V' + v$$

on a

$$V' + v = e_1\sqrt{\frac{8\pi p g}{S}};$$

upprime ensuite la pile, et l'on mesure V', on a

$$V' = e_2\sqrt{\frac{8\pi p g}{S}};$$

différence on obtient

$$v = (e_1 - e_2)\sqrt{\frac{8\pi p g}{S}}.$$

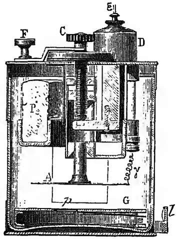
quantité $e_1 - e_2$ est précisément le déplacement du plateau in-
eur entre les deux opérations, mesurée directement par la vis
ométrique; il est donc inutile de rapprocher ensuite le pla-
inférieur jusqu'au contact de l'anneau de garde pour mesurer
ou e_2.

On peut aussi, dans la seconde opération, inverser les pôles de la
; c'est alors $V' - v$ que donne la seconde mesure et par diffé-

$$2v = (e_1 - e_2)\sqrt{\frac{8\pi p g}{S}}.$$

Pour que cette méthode donne des résultats exacts, il faut que la bouteille de Leyde ait exactement la même charge, c'est-à-dire la même différence de potentiel entre ses armatures pendant les deux mesures. L'enceinte même de l'électromètre sert comme bouteille de Leyde; pour cela, des feuilles d'étain constituant les armatures sont collées à l'intérieur et à l'extérieur de la cage de verre, laissant seulement les ouvertures nécessaires pour faire les pointés et les lectures à la vis micrométrique. L'armature intérieure communique d'une façon permanente avec l'anneau de garde et le disque mobile; l'armature extérieure avec le sol. C'est cette armature qu'on relie par l'intermédiaire de la pile étudiée au plateau inférieur. Ce condensateur est chargé au moyen d'un replenisher (inventé à cette occasion) (m, n, t, *fig.* 96). On constate la constance de la charge par une *jauge* J, c'est-à-dire par un petit électromètre de même espèce que celui que nous

Fig. 97.



venons de décrire, mais réduit à ses organes essentiels; les armatures de la bouteille de Leyde communiquent respectivement avec les plateaux de ce petit électromètre.

Lord Kelvin a donné plusieurs formes différentes à l'électromètre absolu. Il a fait construire un petit modèle portatif de 10^{cm} de hauteur environ (*fig.* 97) qui rend de grands services dans

l'étude de l'électricité atmosphérique. Il a fait construire aussi un grand modèle destiné à la mesure des grandes différences de potentiel (correspondant à 2^{cm} ou 3^{cm} d'étincelle).

Dans ce même but, MM. Abraham et Lemoine ont réalisé un appareil tout semblable en principe, mais beaucoup plus soigné.

MM. Pérot et Fabry ont modifié l'électromètre absolu de Lord Kelvin d'une façon très originale. Leur instrument permet de mesurer avec précision des différences de potentiel de l'ordre de grandeur de celle fournie par un élément de pile, soit $\frac{1}{300}$ d'unité C. G. S. Les deux plateaux de l'appareil sont à $\frac{1}{10}$ de millimètre de distance, ils sont constitués par des lames de verre bien planes, argentées sur leurs faces opposées pour les rendre conductrices, mais assez transparentes encore pour permettre d'observer les franges d'interférence [1] qui se forment entre elles. Ce procédé permet de juger de l'identité des positions dans deux opérations successives à $\frac{1}{10000}$ de millimètre près. C'est le plateau supérieur tout entier qui est supporté par les ressorts formant dynamomètre; avec une distance aussi faible les perturbations de la tension sur les bords du plateau ont un effet négligeable.

3. **Électromètre absolu de MM. Bichat et Blondlot.** — L'électromètre absolu de MM. Bichat et Blondlot repose sur un principe différent.

Un cylindre de laiton C (*fig.* 98), dont l'axe est vertical, est supporté par un trépied isolant T. A son intérieur est un cylindre mobile B ayant même axe et dont le rayon est notablement inférieur à celui du cylindre fixe. Ce cylindre mobile est terminé à sa partie supérieure, à peu près à mi-hauteur du cylindre fixe, par une hémisphère de même rayon. Il est porté par le fléau F d'une balance au moyen d'une suspension à la Cardan qui permet à l'axe de ce cylindre de rester vertical, quelle que soit l'inclinaison du fléau.

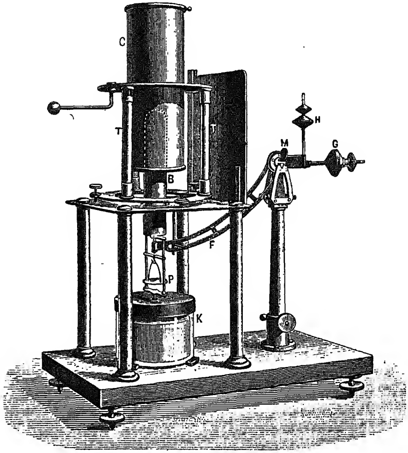
---

[1] La partie brillante des franges d'interférence qui se forment entre deux lames de verre argentées est beaucoup plus étroite et mieux délimitée sur ses bords que dans le cas où les franges se forment entre deux surfaces de verre non argentées; aussi l'estimation des fractions de franges se fait avec beaucoup plus d'exactitude.

mité de ce fléau, permet d'établir l'équilibre ([1]).

Comme nous allons le voir, si l'on établit une différence de potentiel entre les deux cylindres, le cylindre intérieur s'élève en faisant basculer le fléau. Pour rétablir l'équilibre, on met des poids dans un plateau P accroché au-dessous du cylindre mobile;

Fig. 98.



la connaissance de ces poids permettra d'évaluer la différence de potentiel.

Pour juger si le fléau occupe bien sa position primitive, on emploie la méthode optique de Poggendorff : le fléau porte, parallèlement à l'axe de rotation, un petit miroir M dont le déplacement angulaire est égal à celui du fléau ; en avant se trouve une règle

([1]) Deux autres masses peuvent se mouvoir le long d'une tige filetée, perpendiculaire au fléau; elles ont pour but de régler la sensibilité par le déplacement du centre de gravité du système oscillant.

division dont l'image se trouve en coïncidence avec le fil du réticule. Remarquons tout de suite qu'il est inutile de parfaire l'équilibre de la balance avec de très petits poids : l'échelle à réflexion indique le nombre des divisions qui ont passé devant le réticule, ce qui permet de savoir, par une expérience préliminaire, quel est le poids qu'il faudrait ajouter dans le plateau, ou enlever, pour parfaire l'équilibre.

Enfin, un amortisseur à air K diminue rapidement l'amplitude des oscillations du fléau.

Lorsque l'on établit une différence de potentiel entre les deux cylindres, les forces électriques tendent à enfoncer le cylindre mobile à l'intérieur du cylindre fixe, c'est-à-dire à le faire monter; on a vu, en effet (n° 1), que les forces électriques tendent toujours à augmenter la capacité du condensateur, dont les armatures sont ici les deux cylindres.

Désignons par p la masse exprimée en grammes qu'il faut mettre dans le plateau pour rétablir l'équilibre; la composante verticale f de la force électrique qui agit sur le cylindre mobile est donnée par

$$f = pg.$$

Cherchons l'expression de cette force en fonction de la différence de potentiel V des deux cylindres. Si l'on soulève le cylindre intérieur d'une quantité infiniment petite da, il en résulte un accroissement infiniment petit dC de la capacité du système; on a vu (n° 1) que la composante de la force électrique dans le sens du déplacement est donnée par

$$f = \frac{1}{2} V^2 \frac{dC}{da}.$$

On a donc

$$pg = \frac{1}{2} V^2 \frac{dC}{da}.$$

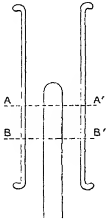
Évaluons $\frac{dC}{da}$ en fonction des dimensions des cylindres. Le cylindre mobile s'enfonce assez profondément dans le cylindre fixe pour que, dans la région comprise entre les plans AA′ et BB′ (*fig.* 99), la distribution électrique soit la même que si les deux cylindres étaient prolongés indéfiniment dans les deux sens. La

$$m = \frac{aV}{2 \operatorname{Log} \frac{R_2}{R_1}} \quad (^1),$$

a étant la distance des deux plans AA′ et BB′, R_2 le rayon intérieur du cylindre fixe, et R_1 le rayon du cylindre mobile.

La quantité m_1 d'électricité qui est distribuée à la surface du

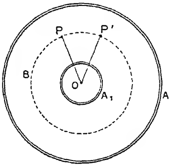
Fig. 99.



conducteur intérieur, au-dessus du plan AA′ supposé fixé invaria-

(1) Voici comment on peut établir cette relation. Considérons le système formé par deux cylindres conducteurs A_1 et A_2, de rayons R_1 et R_2, ayant même axe (*fig.* 100) et d'une longueur indéfinie dans les deux sens. S'ils présentent une

Fig. 100.



différence de potentiel V, ils sont chargés chacun uniformément d'électricité de noms contraires. Pour fixer les idées, supposons le cylindre intérieur A_1 au plus haut potentiel; appelons σ la densité électrique sur ce cylindre. Par raison de symétrie les surfaces équipotentielles entre A_1 et A_2 sont des cylindres ayant même

de ce cylindre. Il en est de même de la quantité m_2 située au-dessous du plan BB′ supposé invariable de position. La quantité totale d'électricité située à la surface du cylindre mobile est donc

$$M = \frac{aV}{2 \operatorname{Log} \frac{R_2}{R_1}} - m_1 + m_2$$

et la capacité du système a pour expression

$$C = \frac{M}{V} = \frac{a}{2 \operatorname{Log} \frac{R_2}{R_1}} + \frac{m_1 + m_2}{V}.$$

---

axe, et l'intensité du champ a la même valeur en tous les points d'un de ces cylindres. Cherchons cette intensité du champ φ pour un cylindre B de rayon r. Pour cela, considérons le volume compris entre deux plans OP et OP′ passant par l'axe et faisant entre eux un angle α, deux autres plans perpendiculaires à l'axe Q et Q′ situés à une distance a l'un de l'autre et la surface cylindrique B, pour lui appliquer le théorème de Gauss. Le flux d'induction se réduit au flux à travers la surface cylindrique B, qui est égal, en supposant le vide ou l'air entre les deux cylindres, à $\alpha r a \varphi$, puisque pour tous les points des plans OP, OP′, Q et Q′ la direction du champ est contenue dans ces plans; la quantité d'électricité enfermée à l'intérieur de la surface se réduit à celle qui se trouve sur le cylindre conducteur A_1 entre les plans OP, OP′, Q et Q′, c'est-à-dire à $\alpha R_1 a \sigma$. On a donc, en vertu du théorème de Gauss,

$$\alpha r a \varphi = 4\pi\alpha R_1 a \sigma;$$

d'où

$$\varphi = \frac{4\pi R_1 \sigma}{r}.$$

D'autre part, un rayon étant une ligne de forces, on a

$$\varphi = -\frac{dV}{dr};$$

d'où

$$-dV = 4\pi R_1 \sigma \frac{dr}{r}.$$

En intégrant cette expression entre les limites R_1 et R_2, il vient, pour la valeur absolue V de la différence de potentiel de A_1 et A_2,

$$V = 4\pi R_1 \sigma \operatorname{Log} \frac{R_2}{R_1}.$$

La charge du cylindre intérieur A_1, égale du reste en valeur absolue à la charge du cylindre A_2 sur la même hauteur a, est donc donnée par

$$m = 2\pi R_1 a \sigma = \frac{aV}{2 \operatorname{Log} \frac{R_2}{R_1}}.$$

périence, puisque, si V ne varie pas, m_1 et m_2 ne changent pas non plus; on a donc

$$\frac{dC}{da} = \frac{1}{2 \operatorname{Log} \frac{R_2}{R_1}}.$$

Portons cette valeur dans l'équation qui donne la force électrique, il vient

$$pg = \frac{1}{2} V^2 \frac{1}{2 \operatorname{Log} \frac{R_2}{R_1}};$$

d'où

$$V^2 = 4\, pg \operatorname{Log} \frac{R_2}{R_1}.$$

Il suffit donc de déterminer p pour avoir la valeur absolue de la différence de potentiel des cylindres, si l'on a mesuré une fois pour toutes les rayons R_2 et R_1.

Cet appareil est extrêmement commode et tout à fait pratique pour mesurer des différences de potentiel comprises entre les valeurs qui correspondent à 1^{mm} et 2^{cm} à 3^{cm} d'étincelle; la limite supérieure est fixée par la distance même des deux cylindres, qui peut être franchie par l'étincelle si la différence de potentiel est trop forte.

4. **Électromètre à quadrants.** — Les électromètres relatifs, qui sont destinés à déterminer le rapport des différences de potentiel, sont beaucoup plus sensibles que les électromètres que nous venons de décrire; leur construction et leur emploi sont aussi plus simples. Nous parlerons seulement ici de l'électromètre à quadrants de Lord Kelvin, que nous avons déjà décrit (Chap. I, n° 12). La théorie pourrait en être faite d'une façon analogue à celle de l'électromètre de MM. Bichat et Blondlot, mais on peut aussi la présenter d'une façon plus élémentaire, comme nous allons le voir.

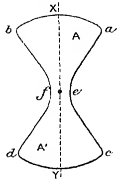
Nous nous proposons d'établir la relation qui existe entre l'angle de déviation de l'aiguille, à partir de sa position normale, et les différences de potentiel entre cette aiguille et les secteurs.

Désignons par V_1 le potentiel des secteurs impairs 1 et 3, par V_2 celui des secteurs pairs 2 et 4 et par V celui de l'aiguille.

normalement en tous les points de la surface de l'aiguille. Les forces qui agissent sur les parties planes et horizontales sont verticales, leur moment par rapport à l'axe de rotation de l'aiguille est nul; il en est de même des forces qui sont appliquées sur le pourtour circulaire de l'aiguille, *ab*, *cd* (*fig.* 101). Il reste donc les forces agissant sur les bords *aec*, *bfd*; elles sont dans le plan même de l'aiguille ou ont du moins une composante horizontal.

Remarquons qu'à l'intérieur des secteurs les forces sont sensi-

Fig. 101.



blement les mêmes que si la boîte était fermée complètement; par suite, elles ne seront pas modifiées si l'aiguille est déviée d'une petite quantité.

Les forces de tension qui agissent sur les bords *ae* et *fd* donnent naissance à un couple qui tend à faire tourner l'aiguille dans un sens; les forces qui agissent sur les bords *ce* et *bf* forment un autre couple tendant à faire tourner l'aiguille en sens inverse; celle-ci obéit à la différence des deux couples. Nous allons calculer le moment de chacun d'eux.

La tension en un point des bords *ae* ou *fd* a pour expression $\tau = 2\pi\sigma^2$, la densité σ étant proportionnelle à la différence de potentiel $V - V_1$ de l'aiguille et des quadrants impairs 1 et 3. L'ensemble des composantes horizontales de ces forces de tension, et, par suite, le moment de leur couple C_1, est donc proportionnel à $(V - V_1)^2$; en désignant par a_1 une constante, on a donc

$$C_1 = a_1 (V - V_1)^2.$$

L'expression est analogue pour le moment du couple produit par les forces de tension agissant sur les bords *ce* ou *bf* situés à

pour moment

$$a_1(V - V_1)^2 - a_2(V - V_2)^2,$$

Il fait tourner l'aiguille d'un certain angle α; le bifilaire subit une torsion jusqu'à ce que le couple de torsion réagissant soit égal au couple électrique. On peut admettre que le couple de torsion du bifilaire est proportionnel à l'angle de déviation α, si cet angle est petit, d'où, en désignant par C une constante,

$$C\alpha = a_1(V - V_1)^2 - a_2(V - V_2)^2. \tag{1}$$

Supposons $V_1 = V_2$ et $V \neq V_1$; dans ce cas, si la symétrie de l'appareil était parfaite, l'aiguille ne dévierait pas; mais, en général, il n'en est pas ainsi; aussi pour régler l'appareil déplace-t-on légèrement l'un des quadrants jusqu'à ce que la déviation de l'aiguille n'ait plus lieu pour des potentiels égaux des quatre secteurs. Dans ces conditions, on a

$$C\alpha = (a_1 - a_2)(V - V_1)^2 = 0;$$

d'où

$$a_1 = a_2. \tag{2}$$

Ainsi, quand l'appareil est réglé, on doit faire $a_1 = a_2 (= a)$ dans la relation (1) qui devient

$$C\alpha = a[(V - V_1)^2 - (V - V_2)^2] = a(V_2 - V_1)[2V - (V_1 + V_2)]; \tag{3}$$

d'où, en divisant par C les deux membres et représentant la constante $\frac{2a}{C}$ par A, on a

$$\alpha = A(V_2 - V_1)\left(V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right). \tag{4}$$

Remarquons que la constante $A = \frac{2a}{C}$ étant d'autant plus grande que C est plus petit, l'instrument est d'autant plus sensible que les fils du bifilaire sont plus longs, plus rapprochés et l'aiguille plus légère.

Dans ces calculs on a négligé les forces agissant sur les parties de l'aiguille e et f voisines de l'axe; mais dans cette région les forces de tension étant appliquées très près ont un moment très faible vis-à-vis de celui des forces considérées.

forces et qui est, par conséquent, plus correcte que la précédente :

$$\alpha = \frac{2a(V_2 - V_1)\left(V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right)}{C - b(V_2 - V_1)^2}. \tag{5}$$

b est une constante très petite. Par suite, toutes les fois que la différence $V_2 - V_1$ est faible, la formule (5) se réduit à celle que nous avons établie. Mais la formule simple (4) cesse de convenir lorsque la différence $V_2 - V_1$ devient considérable.

Il existe trois cas particuliers usités dans la pratique et pour lesquels la formule générale (2) se simplifie.

1° On met l'aiguille en communication avec le conducteur A dont on veut mesurer le potentiel et l'on charge les quadrants en les mettant en communication avec les pôles d'une pile de 200 à 300 éléments, le milieu de la pile étant relié au sol (c'est-à-dire à une pièce métallique figurant le sol). On a :

$$V_1 = -V_2$$

$$\alpha = 2AV_2V, \tag{6}$$

la déviation est alors proportionnelle à l'excès V de potentiel de l'aiguille sur la pièce métallique P prise pour zéro de potentiel. Cet excès de potentiel V de l'aiguille varie, comme nous l'avons vu, de la même quantité que le potentiel du conducteur A et est égal à l'excès de potentiel de A sur le sol, si l'on néglige les différences de potentiel au contact et si P n'est pas isolé du sol.

D'après la relation (6), pour une même valeur de V, la déviation α est d'autant plus grande, l'appareil a d'autant plus de sensibilité, que V_2 est plus grand. Toutefois, si l'on se reporte à la formule plus parfaite de M. Gouy (5), on voit qu'à partir d'une certaine valeur de V_2 ($= -V_1$), α diminue quand V_2 augmente. La sensibilité passe donc par un maximum pour une certaine valeur de V_2, grande du reste.

2° On établit entre les quadrants pairs et impairs la différence de potentiel ($V_1 - V_2$) qu'on veut mesurer, et l'on donne à l'aiguille un potentiel V considérable par rapport aux potentiels V_1 et V_2 des quadrants. Dans ces conditions on peut négliger

du reste que la relation plus parfaite (5), à :

$$\alpha = AV(V_2 - V_1).$$

On voit que plus le potentiel V de l'aiguille est considérable, plus l'appareil est sensible.

On n'est limité ici pour V que par l'étincelle qui peut éclater entre l'aiguille et les quadrants, ou par les aigrettes et les perturbations qui peuvent en résulter.

Pour donner à V une valeur considérable, Lord Kelvin, qui a indiqué cette méthode, mettait en communication l'aiguille avec l'armature interne d'une bouteille de Leyde formée, comme dans l'électromètre absolu, par la cage de l'instrument. Un replenisher permettait de faire varier la différence de potentiel des armatures et l'on s'assurait que cette différence avait la même valeur dans toutes les expériences au moyen d'une jauge semblable à celle de l'électromètre absolu. L'appareil ainsi complété est fort compliqué ; il est, en outre, incommode et coûteux. M. Branly a eu l'heureuse idée de remplacer la bouteille de Leyde par une pile d'un très grand nombre d'éléments, dont un pôle est au sol et l'autre relié à l'aiguille. Avec une pile dont la différence de potentiel est constante, on n'a plus besoin de jauge.

C'est à la suite de la simplification introduite par M. Branly que l'on a eu l'idée de la première méthode dont nous avons parlé.

3° On relie l'aiguille avec l'une des paires de quadrants (2-4), on a :

$$V_2 = V$$

d'où

$$\alpha = A(V - V_1)\left(V - \frac{V + V_1}{2}\right) = \frac{A}{2}\left(V - V_1\right)^2 \text{ (1)}.$$

La déviation de l'aiguille est toujours de même sens, quel que soit le signe de la différence de potentiel $V_1 - V$, contrairement à ce qui avait lieu avec les deux autres dispositions. Cette dernière méthode est particulièrement avantageuse lorsqu'il s'agit de la

---

(1) La formule (5) de M. Gouy conduit au même résultat, car ici $b(V_2 - V_1)^2$ est toujours intégrable devant C.

différence de potentiel entre les pôles d'une machine à courants alternatifs; par exemple, si l'on a

$$V - V_1 = B \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

l'aiguille prend une position d'équilibre, à la condition toutefois que la période T soit assez petite pour que l'aiguille n'ait pas le temps de se déplacer d'une quantité sensible pendant la durée de cette période T; on peut démontrer que l'on a alors

$$\alpha = \frac{A}{2} \left[\frac{1}{T} \int_t^{t+T} (V - V_1)^2 \, dt \right];$$

on mesure donc le carré de la *différence de potentiel efficace* (1). Cette méthode est due à M. Joubert.

---

(1) Voici comment on peut établir cette relation. A un instant quelconque, la déviation étant α, le couple du bifilaire a pour moment $C\alpha$ et le couple électrique opposé pour moment $a(V - V_1)^2$ d'après (3), où l'on a fait $V = V_2$. Le couple résultant a donc pour moment $C\alpha - a\,(V - V_1)^2$. En appelant ω la vitesse angulaire de l'aiguille et J son moment d'inertie par rapport à son axe de rotation on a donc :

$$J \frac{d\omega}{dt} = C\alpha - a(V - V_1)^2 \qquad \text{d'où} \qquad J\, d\omega = [C\alpha - a(V - V_1)]\, dt.$$

En intégrant les deux membres de cette expression pendant le durée d'une période T, on a

$$J\, \Delta\omega = C\alpha T - a \int_t^{t+T} (V - V_1)^2 dt.$$

Or, si l'aiguille reste sensiblement immobile, la variation de sa vitesse $\Delta\omega$ est nulle; on a donc

$$C\alpha T - a \int_t^{t+T} (V - V_1)^2 dt = 0, \qquad \text{d'où} \qquad \alpha = \frac{a}{C} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} (V - V_1)^2 dt,$$

ou encore, puisque $\frac{2a}{C} = A$,

$$\alpha = \frac{A}{2} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} (V - V_1)^2 dt.$$

Posons

$$U^2 = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} (V - V_1)^2 dt,$$

U est ce qu'on appelle la *différence de potentiel efficace,* correspondant à la différence de potentiel périodique $V - V_1$. (Dans le cas où $V - V_1 = B \sin 2\pi \frac{t}{T}$,

décrits permettent aussi de mesurer la différence de potentiel efficace d'une machine.

---

on a $U^2 = \frac{B^2}{2}\Big)$. On voit, d'après les deux dernières relations, qu'il vient

$$\alpha = \frac{A}{2} U^2.$$

L'électromètre dans ces conditions mesure donc bien la différence de potentiel efficace.

CHAPITRE IX.

DIÉLECTRIQUES.

1. **Mesure des pouvoirs inducteurs spécifiques.** — Dans le système électrostatique d'unités C. G. S., le pouvoir inducteur spécifique est représenté par le même nombre que la constante diélectrique. D'après sa définition, c'est une grandeur intéressante à connaître, puisque la capacité d'un condensateur est proportionnelle au pouvoir inducteur spécifique du diélectrique qui sépare les armatures. Mais la connaissance de cette grandeur présente un autre intérêt qui explique les nombreuses recherches faites à propos de sa détermination. D'après la théorie électromagnétique de la lumière de Maxwell, le pouvoir inducteur spécifique d'un corps transparent doit être égal au carré de son indice de réfraction pour la lumière. C'est en vue de vérifier cette *relation de Maxwell* qu'ont été faites de nombreuses recherches sur les pouvoirs inducteurs spécifiques.

La question présente d'ailleurs quelques difficultés que nous allons signaler et résoudre.

Considérons deux armatures planes indéfinies séparées par le vide; soient V leur différence de potentiel et σ la valeur absolue de la densité superficielle. Si, la différence de potentiel restant constante, on introduit un diélectrique entre les armatures, la densité électrique prend une nouvelle valeur σ' plus grande que σ et l'on a par définition, pour la constante diélectrique k,

$$k = \frac{\sigma'}{\sigma};$$

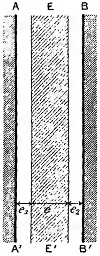
k est donc toujours supérieur à l'unité.

Une première difficulté se présente, si l'on expérimente avec un diélectrique solide : il est impossible de substituer au vide (ou, ce qui revient au même, à l'air) une lame du corps étudié, car celle-ci ne touche jamais complètement les armatures. On emploie

spécifique.

Soient deuo armatures planes, parallèles, indéfinies, AA′, BB′

Fig. 102.



(*fig.* 102) et une lame diélectrique EE′ d'épaisseur e interposée et laissant de chaque côté des lames d'air d'épaisseur e_1 et e_2.

Les lignes de forces sont des droites parallèles normales aux armatures, le champ est donc constant à l'intérieur d'un même diélectriquc; désignons ses valeurs par φ_1 et φ_2 dans les lames d'air et par φ dans le diélectrique. On a, en appelant K le pouvoir inducteur spécifique de la lame,

$$\varphi_1 = K\varphi = \varphi_2.$$

Faisons voyager un petit corps chargé d'une quantité m d'électricité de l'une des armatures à l'autre; on a pour expression du travail de la force électrique

$$mV = m\varphi_1 e_1 + m\varphi e + m\varphi_2 e_2 = m\varphi_1\left(e_1 + e_2 + \frac{e}{K}\right);$$

mais, d'après la relation $\varphi_1 = 4\pi\sigma$, on a

$$V = 4\pi\sigma\left(e_1 + e_2 + \frac{e}{K}\right),$$

d'où

$$\sigma = \frac{V}{4\pi\left(e_1 + e_2 + \frac{e}{K}\right)},$$

à avoir la même densité σ pour la même différence de potentiel V : soit ε l'épaisseur d'air qui est ainsi substituée à l'épaisseur e du diélectrique ; on a

$$\sigma = \frac{V}{4\pi(e_1 - e_2 - \varepsilon)},$$

on appelle ε l'*épaisseur d'air équivalente* à la lame.

Il résulte des deux égalités précédentes que

$$K = \frac{e}{\varepsilon};$$

si l'on a rapproché les armatures d'une quantité a, on a

$$\varepsilon = e - a,$$

d'où

(1) $$K = \frac{e}{e - a}.$$

C'est là la méthode employée dans presque toutes les expériences ; e est mesuré au sphéromètre ; σ se repère soit par la capacité du condensateur, soit par la tension à la surface des armatures.

Cette méthode présente une cause d'erreur très grave : tous les diélectriques, qu'ils soient solides ou liquides, sont plus ou moins conducteurs de l'électricité ; si donc on maintient un diélectrique solide entre les deux armatures d'un condensateur, il y a entraînement d'électricité positive dans le sens du champ, et la face du diélectrique qui se trouve en regard de l'armature à plus bas potentiel prend une densité électrique superficielle positive ; de même, l'autre face prend une densité négative.

Une autre cause d'erreur s'ajoute encore à la précédente : lorsque le diélectrique est maintenu quelque temps dans le champ, ses faces peuvent se charger d'électricité par suite d'une *polarisation ;* nous reviendrons dans la suite sur cette cause perturbatrice indépendante de la conductibilité, mais qui produit ici le même effet.

Voyons dans quel sens ces causes perturbatrices peuvent influer sur les résultats.

Désignons par σ la densité électrique superficielle des armatures, par σ_1 la densité développée à la surface du diélectrique par conductibilité ou par polarisation ; la valeur K_1 du pouvoir inducteur

$$K_1 = \frac{e}{e - a},$$

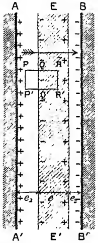
est reliée à la véritable valeur K par l'expression

$$(1) \qquad K_1 = \frac{K}{1 - \frac{\sigma_1}{\sigma}};$$

donc si σ_1 n'est pas nul, K_1 est plus grand que K et il en diffère d'autant plus que σ_1 est plus grand. Si la lame était parfaitement conductrice, on aurait $\sigma_1 = \sigma$ et, par suite, $K_1 = \infty$ (¹). La méthode

(¹) Voici comment on peut démontrer cette relation. Considérons entre les armatures un tube de force, qui est ici un cylindre, de section droite s; limitons-le par deux bases normales aux génératrices PP' et RR' (*fig.* 103), l'une prise dans

Fig. 103.



l'air, l'autre dans le diélectrique. Le volume ainsi limité renferme une quantité d'électricité $-s\sigma_1$, en désignant par σ_1 la valeur absolue de la densité électrique négative développée par conductibilité ou polarisation sur la face QQ' du diélectrique. En appliquant le théorème de Gauss à ce volume, on a

$$-s\varphi_1 + Ks\varphi = -4\pi s\sigma_1,$$

d'où

$$(1) \qquad \varphi = \frac{\varphi_1 - 4\pi\sigma_1}{K}.$$

La même démonstration donnerait

$$\varphi = \frac{\varphi_2 - 4\pi\sigma_1}{K},$$

générale que nous avons exposée fournit donc toujours un nombre compris entre l'infini et le véritable pouvoir inducteur spécifique.

La formation de la couche électrique perturbatrice demande un certain temps; par suite, pour l'empêcher, il faut opérer rapidement. Mais la vitesse nécessaire peut être, suivant les cas, de l'ordre de la seconde, du millième, du millionième et même du milliardième de seconde. Pour tourner la difficulté, on peut employer des différences de potentiel alternatives; avec une période très courte, le champ changeant très rapidement de sens, l'électrisation superficielle du diélectrique n'aura pas le temps de se produire. Si le corps n'est pas trop conducteur et si la polarisation est suffisamment lente à se produire, on peut arriver, de cette manière, à avoir la véritable valeur de K. Afin de savoir si l'on a atteint des périodes suffisamment rapides pour que σ_1 soit négligeable devant σ,

---

d'où encore ici

$$\varphi_1 = \varphi_2.$$

On a, du reste, comme nous l'avons vu plus haut,

$$V = e_1\varphi_1 + e\varphi + e_2\varphi_2,$$

qui devient ici

$$V = \left(e_1 - e_2 + \frac{e}{K}\right)\varphi_1 - \frac{4\pi\sigma_1 e}{K},$$

ou, en remplaçant φ_1 par sa valeur $4\pi\sigma$,

$$(2) \qquad V = \left(e_1 + e_2 + \frac{e}{K}\right)4\pi\sigma - \frac{4\pi\sigma_1 e}{K}.$$

Si l'on substitue à la lame diélectrique une lame d'air d'épaisseur $e - a$ donnant la même densité σ sur les armatures, pour la différence de potentiel V, on a

$$(3) \qquad V = (e_1 + e_2 + e - a)4\pi\sigma.$$

Par soustraction, on tire de (2) et (3)

$$\left[\frac{e}{K} - (e - a)\right]4\pi\sigma - \frac{e}{K}4\pi\sigma_1 = 0,$$

d'où

$$(4) \qquad \frac{K}{1 - \frac{\sigma_1}{\sigma}} = \frac{e}{e - a} = K_1.$$

Remarquons que, si la lame EE' était un conducteur en équilibre électrique, φ serait nul; dès lors, d'après (1), on aurait $4\pi\sigma_1 = \varphi_1 = 4\pi\sigma$; ou $\sigma_1 = \sigma$, et par conséquent, d'après (4), $K_1 = \infty$.

qu'à partir d'une certaine valeur de la période on obtient toujours le même nombre, c'est que σ_1 est devenu nul et que K_1 est égal à K.

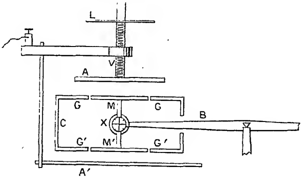
Ce qui vient d'être exposé s'applique tout aussi bien aux liquides qu'aux solides.

2. **Méthode et appareil de M. Pellat pour la mesure des pouvoirs inducteurs spécifiques.** — Parmi les nombreuses méthodes qui ont été employées pour la détermination du pouvoir inducteur spécifique, nous décrirons seulement ici celle qui a été appliquée récemment par M. Pellat. Elle est fondée sur l'accroissement d'attraction mutuelle des armatures d'un condensateur chargé quand l'air qui les sépare est remplacé en partie ou en totalité par le diélectrique dont on veut mesurer le pouvoir inducteur spécifique.

L'attraction entre les armatures dépend de leur différence de potentiel; pour éliminer l'influence de la variation de cette différence et pouvoir se servir de variations de potentiel rapidement alternées, on emploie, comme force antagoniste, une autre attraction produite à chaque instant par la même différence de potentiel. La mesure est effectuée ainsi par une méthode de zéro.

L'appareil est constitué par un double électromètre absolu de Lord Kelvin. Les deux plateaux mobiles M et M′ (*fig.* 104 et 105)

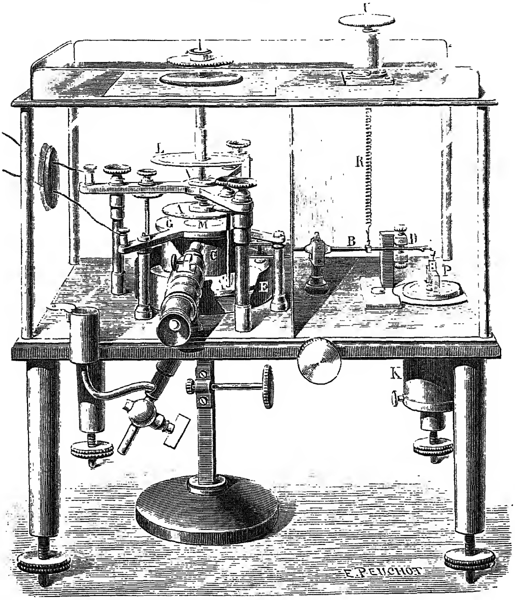
Fig. 104.



ont 4^{cm} de diamètre; ils sont disposés parallèlement, l'un au-dessus de l'autre, et rendus solidaires par une tige fixée à l'une des extrémités du fléau B d'une balance très sensible; l'autre extrémité de ce fléau porte un plateau P muni d'un amortisseur à air K

rendraient fort longue une mesure. Les anneaux de garde G et G' ont 8^{cm} de diamètre; ils sont reliés par un cylindre vertical de

Fig. 105.



laiton C, de sorte que l'ensemble forme une boîte-écran; plateaux et anneaux sont reliés électriquement au socle métallique de l'appareil. Le système des deux plateaux fixes A et A' est isolé du précédent et peut, par suite, être porté à un potentiel différent de celui des plateaux mobiles. Le plateau inférieur A' a une position

500 parties correspondant chacune à un micron. Le mouvement de la vis déplace le plateau supérieur parallèlement à lui-même ainsi qu'au plan de l'anneau de garde et du plateau mobile supérieur. Des vis de réglage permettent de faire appliquer le plateau A sur l'anneau de garde de façon que leurs plans soient parfaitement parallèles.

La tige qui relie les plateaux mobiles porte, gravée sur verre, un réticule à branches verticale et horizontale X, que l'on vise à l'aide d'un microscope muni d'un oculaire à réticule, dont les branches sont à 45° des précédentes. Ce système est réglé de façon que, pour la coïncidence des points de croisement, le plateau mobile supérieur M soit exactement dans le plan de son anneau de garde G. Dans ces conditions, l'autre plateau mobile est un peu au-dessus ou au-dessous du plan de son anneau de garde, ce qui n'a pas d'importance, mais dans une position toujours identique, ce qui est l'essentiel.

L'équilibre s'obtient en plaçant des corps pesants quelconques dans le plateau P de la balance, et s'achève à l'aide d'un ressort en hélice R extrêmement faible qui agit sur le bras du fléau et dont on fait varier la tension au moyen d'une vis U.

La course du fléau est limitée étroitement par les deux butoirs D de façon que le fléau s'écarte toujours très peu de sa position d'équilibre.

Pour trouver avec cet appareil le pouvoir inducteur spécifique d'un corps solide, celui-ci est taillé suivant une lame à faces planes et parallèles. Après avoir pris l'épaisseur *e* de cette lame à l'aide d'un sphéromètre, on la place sur l'anneau de garde supérieur G, de façon qu'elle recouvre tout le plateau mobile M en le débordant de quelques centimètres; la lame doit être placée un peu au-dessus de l'anneau de garde et du plateau, à l'aide de trois petites cales bien isolantes, pour ne pas gêner les mouvements de celui-ci. Toutes les parties de l'appareil étant au même potentiel, on établit à peu près l'équilibre en mettant des corps pesants dans le plateau P, et l'on parfait l'équilibre en agissant sur le ressort R par la vis U. Ce résultat obtenu, on établit la différence de potentiel alternative : l'équilibre est rompu, et l'on élève ou abaisse le

plateau A jusqu'à ce qu'il soit rétabli. Après avoir fait la lecture, mis toutes les parties de l'appareil au potentiel du sol, on retire la lame. En rétablissant la différence de potentiel, l'équilibre est rompu de nouveau, et l'on rapproche le plateau A jusqu'à le rétablir. La différence entre la nouvelle lecture et la précédente donne le déplacement a du plateau A entre les positions qui produisaient l'équilibre dans les deux opérations successives.

Il est facile de voir que a, ainsi déterminé, est bien la quantité qui doit figurer dans la relation (1) du paragraphe précédent donnant le pouvoir inducteur spécifique K. Remarquons, en effet, que si l'équilibre est obtenu en établissant une certaine différence de potentiel, ce qui indique que la force électrique qui agit sur le plateau mobile inférieur est la même que celle qui agit sur le plateau supérieur, il subsistera pour toute autre différence de potentiel, car ces deux forces seront encore égales, pourvu que la lame diélectrique n'ait pas le temps de se charger d'électricité sur ses faces par conductibilité ou polarisation; nous pouvons donc supposer, pour simplifier le raisonnement, que lors de l'équilibre dans le second cas la différence de potentiel est la même que lors de l'équilibre dans le premier. Alors, dans ces deux cas, la force électrique agissant sur le plateau inférieur, qui a même position, est la même et par conséquent la force électrique qui agit dans chacun des deux cas sur le plateau supérieur est aussi la même, puisqu'elle fait équilibre à celle qui agit sur le plateau inférieur. Il en résulte que la tension τ et, par conséquent, aussi la densité électrique σ ($\tau = 2\pi\sigma^2$) sont les mêmes sur le plateau supérieur dans le premier et le second cas d'équilibre, ce qui est la condition requise pour que le rapprochement du plateau A représente la quantité a de la relation (1).

Nous avons vu que, si l'on opérait avec des différences de potentiel constantes, on obtiendrait des résultats détestables, à cause de la conductibilité et de la polarisation; pour éviter ces causes d'erreur, on emploie des différences de potentiel alternatives comme celles que l'on obtient aux pôles d'une bobine de Ruhmkorff sans trembleur, quand on lance dans le primaire le courant d'un alternateur dont les parties positive et négative sont symétriques, ce qui d'ailleurs est le cas habituel.

Par exemple, avec un alternateur qui donne 100 périodes par

de subir de polarisation ou de se charger superficiellement par conductibilité. On peut ainsi déterminer la position des plateaux à un micron près, et comme la quantité a est de 2^{mm} à 3^{mm}, la précision est de l'ordre du millième.

Mais, avec les diélectriques doués d'une certaine conductibilité ou se polarisant très rapidement, une fréquence de 100 est insuffisante, et il faut avoir recours aux fréquences bien plus considérables que donnent les phénomènes d'oscillations électriques.

On peut procéder pour les liquides, comme pour les solides, en enfermant le liquide dans une auge à faces parallèles dont les lames ont été travaillées optiquement et dont l'épaisseur a été déterminée. Mais la difficulté de se procurer une telle enveloppe en une substance bien isolante a engagé M. Pellat à employer une autre méthode.

Cette méthode est fondée sur la propriété qu'a la tension électrique d'être multipliée par le pouvoir inducteur spécifique du liquide quand celui-ci est substitué à l'air entre les deux armatures d'un condensateur, de façon à mouiller l'armature où l'on considère la tension.

On a, en effet, avec les notations habituelles,

$$K\tau = 2\pi\sigma^2$$

et

$$4\pi\sigma = K\varphi = K\frac{V}{\varepsilon},$$

d'où

$$\sigma = \frac{KV}{4\pi\varepsilon}$$

et

$$\tau = \frac{KV^2}{8\pi\varepsilon^2};$$

pour les mêmes valeurs de ε et de V, la tension τ est proportionnelle à K.

Pour appliquer cette méthode, on commence par déterminer la distance e_1 du plateau attractif supérieur à l'anneau de garde correspondant qui produit l'équilibre lorsque le système est chargé. On verse ensuite le liquide dans une cuve qui entoure le plateau mobile inférieur et son anneau de garde de façon que ceux-ci soient

immergés; on rétablit, à l'aide d'une tare et du ressort R, lorsque le système n'est pas chargé, l'équilibre détruit par la poussée hydrostatique. On établit ensuite la différence de potentiel alternative et l'on détermine la distance e_2 du plateau supérieur à l'anneau de garde qui donne l'équilibre.

En appelant f_1 la valeur des forces de tension égales qui agissent en sens inverse sur les plateaux mobiles pour une même différence de potentiel V lorsque l'équilibre est atteint dans le premier cas, et f_2 la quantité analogue dans le second cas, τ_1 et τ_2 les tensions sur le plateau inférieur dans les deux cas, et S la surface du plateau supérieur, on a, en considérant ce qui se passe pour le plateau supérieur,

$$(1) \qquad f_1 = \frac{SV^2}{8\pi e_1^2}, \qquad f_2 = \frac{SV^2}{8\pi e_2^2}$$

et, en considérant ce qui se passe pour le plateau inférieur,

$$K = \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{f_2}{f_1},$$

d'où, d'après (1),

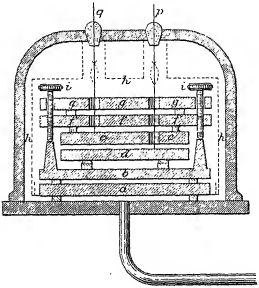
$$K = \left(\frac{e_1}{e_2}\right)^2.$$

3. Pouvoir inducteur spécifique des gaz. — Expériences de M. Boltzmann. — M. Boltzmann est parvenu, en 1874, à mesurer les pouvoirs inducteurs spécifiques des gaz, quoiqu'ils diffèrent extrêmement peu de l'unité et, par cela même, soient difficiles à obtenir.

Son appareil consistait en deux plateaux c et d (*fig.* 106) placés sous une cloche dans laquelle on pouvait faire le vide et introduire le gaz étudié. Des écrans métalliques h, h, h protégeaient les plateaux contre toute influence extérieure, et des plateaux a, b, f, g, reliés au sol, avaient pour but de maintenir, par leur masse, une température sensiblement constante, malgré les quantités de chaleur créées ou détruites par les variations de pression des gaz. Le plateau c était relié d'une façon permanente au pôle positif d'une pile de 300 éléments Daniell dont l'autre pôle communiquait avec le sol; le plateau d communiquait avec une des paires de quadrants d'un électromètre dont l'aiguille présentait

L'appareil étant rempli de gaz, on mettait le plateau d en communication avec le sol pendant un instant; les deux paires de quadrants de l'électromètre étant au même potentiel, l'aiguille se mettait au zéro. Ensuite on faisait le vide dans l'appareil; l'in-

Fig. 106.



fluence du plateau c sur le plateau d n'étant plus la même, l'aiguille de l'électromètre déviait d'un angle α.

Voyons comment on peut déduire de cette expérience le pouvoir inducteur spécifique du gaz et comment elle doit être complétée.

Soient e la force électromotrice des éléments de la pile qui sert à charger le condensateur et N leur nombre; C étant la capacité du système des deux plateaux quand le vide existe entre eux, et K le pouvoir inducteur spécifique du gaz de la cloche, à la pression et à la température de l'expérience, les plateaux prennent une charge égale à

$$\mathrm{KCN}e.$$

Lorsque l'on fait varier la nature ou la pression du gaz, le pouvoir inducteur devient K′ et il se produit une variation V de la différence de potentiel des armatures; la charge a pour expression

$$\mathrm{K'C}(\mathrm{N}e - \mathrm{V}).$$

La quantité d'électricité a changé sur le plateau a; car une certaine quantité a passé sur la paire de quadrants de l'électromètre qui communiquait avec lui; mais, lorsque l'aiguille d'un électromètre à quadrants dévie de sa position par suite du changement de potentiel d'une paire de quadrants, la charge qui s'ajoute à celle-ci est proportionnelle à la variation de potentiel; désignons-la par γV.

Puisque la quantité totale d'électricité du système formé par le plateau et la paire de quadrants qui lui est reliée n'a pas changé, on a

$$KCNe = K'C(Ne - V) + \gamma V$$

ou

$$KNe = K'(Ne - V) + \frac{\gamma}{C} V.$$

V est déterminé par la déviation α de l'aiguille; il reste donc à évaluer $\frac{\gamma}{C}$.

Pour mesurer $\frac{\gamma}{C}$, M. Boltzmann se replaçait dans les conditions de la première partie de l'expérience; mais, au lieu de faire varier le pouvoir inducteur spécifique du gaz, il ajoutait un élément à la pile de charge des plateaux. Il se produisait dans ces conditions une déviation β de l'aiguille correspondant à une variation V' du potentiel; en exprimant que la charge du plateau et de la paire de quadrants correspondante n'a pas varié, il vient

$$KCNe = KC[(N + 1)e - V'] + \gamma V',$$

c'est-à-dire

$$0 = K(e - V') + \frac{\gamma}{C} V',$$

d'où l'on tire

$$\frac{\gamma}{C} = K\left(1 - \frac{e}{V'}\right).$$

Reportons cette valeur dans la première égalité; nous avons

$$KNe = K'(Ne - V) + K\left(1 - \frac{e}{V'}\right) V,$$

d'où

$$\frac{K}{K'} = \frac{Ne - V}{Ne - \left(1 - \frac{e}{V'}\right) V} = \frac{1 - \frac{V}{Ne}}{1 - \frac{V}{Ne}\left(1 - \frac{e}{V'}\right)},$$

et, par conséquent, $\frac{V}{Ne}$ de l'ordre de $\frac{1}{300}$; on peut alors simplifier en négligeant devant l'unité les puissances supérieures de $\frac{V}{Ne}$ et écrire

$$\frac{K}{K'} = 1 - \frac{V}{Ne} + \frac{V}{Ne}\left(1 - \frac{e}{V'}\right) = 1 - \frac{1}{N}\frac{V}{V'},$$

et comme $\frac{V}{V'} = \frac{\alpha}{\beta}$ et $N = 300$,

$$\frac{K}{K'} = 1 - \frac{1}{300}\frac{\alpha}{\beta}.$$

Si K′ correspond au cas du vide, on a $K' = 1$ et, par suite,

$$K = 1 - \frac{1}{300}\frac{\alpha}{\beta}.$$

α et β sont alors toujours de signes différents et K plus grand que l'unité.

M. Boltzmann a trouvé que la quantité $K - 1$ est proportionnelle à la pression du gaz; cette loi permettait de corriger les résultats du fait qu'on ne pouvait obtenir le vide parfait.

4. Résultats des expériences sur le pouvoir inducteur spécifique. — Les résultats des expériences de M. Boltzmann sont donnés dans le Tableau suivant, où l'on a mis en regard les valeurs de $\sqrt{K}$ et de l'indice de réfraction n.

	K.	$\sqrt{K}$.	n.
Air	1,000590	1,000295	1,000294
Acide carbonique	1,000946	1,000473	1,000449
Hydrogène	1,000264	1,000132	1,000138
Oxyde de carbone	1,000690	1,000345	1,000340
Protoxyde d'azote	1,000984	1,000492	1,000503
Bicarbure d'hydrogène	1,001312	1,000656	1,000678
Protocarbure d'hydrogène	1,000944	1,000472	1,000443

On voit que l'accord avec la loi de Maxwell est satisfaisant; car cette loi ne peut être qu'une loi approchée, puisque n dépend de

la longueur d'onde de la lumière, tandis que K, par sa définition même, en semble indépendant[1].

Les vérifications essayées avec les liquides sont un peu moins bonnes; voici les nombres obtenus par M. Négréano avec des fréquences de 50 à 100, fréquences parfois insuffisantes :

	K.	$\sqrt{K}$.	n.
Benzène.. ..	2,29	1,51	1,50
Toluène........	2,24	1,49	1,49
Xylène	2,26	1,50	1,48
Métaxylène	2,37	1,54	1,49
Pseudo-cumène	2,43	1,56	1,48
Cymène	2,47	1,57	1,48
Essence de térébenthine	2,25	1,50	1,47

Une des plus belles vérifications qui aient été faites de la loi de Maxwell est celle de M. Boltzmann sur les cristaux de soufre. Avec un cristal de soufre taillé perpendiculairement aux trois axes d'élasticité, il a obtenu les résultats suivants, qui varient selon que les lignes de forces ou les rayons lumineux sont parallèles à l'un ou à l'autre des trois axes d'élasticité :

K.	$\sqrt{K}$.	n.
4,773	2,18	2,14
3,970	1,99	1,97
3,811	1,95	1,90

Les différences entre $\sqrt{K}$ et n sont assez faibles, et ces deux grandeurs sont bien rangées dans le même ordre.

Citons, pour terminer, les nombres suivants obtenus par MM. Pellat et Sacerdote dans leurs recherches sur l'influence de la température sur le pouvoir inducteur spécifique.

Paraffine.		*Ébonite.*	
Température.	K.	Température.	K.
11°,1	2,287	10°,2	2,941
22°	2,278	17°	2,958
33°,3	2,259	20°,6	2,968

---

(1) Des expériences faites par M. Klemencic sur les vapeurs donnent un résultat moins satisfaisant pour la concordance de $\sqrt{K}$ et de n. Il serait prématuré d'en conclure que la relation de Maxwell est inexacte; des causes analogues à

la paraffine diminue.

5. **Forces agissant sur les diélectriques non électrisés placés dans un champ électrique.** — Il existe des forces agissant sur un diélectrique placé dans un champ électrique, même si ce diélectrique n'est pas électrisé. Le premier physicien qui a mis ces forces en évidence est M. Boltzmann ; il avait déduit leur existence de la théorie de Maxwell connue sous le nom de *théorie du déplacement électrique;* c'est avec des sphères de soufre qu'il fit ces expériences.

Un peu plus tard, le physicien allemand M. Quincke déduisit l'existence de ces forces d'une autre théorie de Maxwell dans laquelle l'illustre savant suppose que les corps placés dans un champ électrique sont soumis à des forces de tension dans la direction du champ et à des forces de compression dans les directions perpendiculaires.

Les deux théories de Maxwell, dont il vient d'être question, sont d'ailleurs incompatibles.

M. Pellat a démontré que l'on peut sans hypothèse établir *a priori* la nécessité de ces forces, et en outre il en a montré l'existence par une expérience simple et facile à répéter.

Considérons pour cela deux plateaux métalliques parallèles AA et BB (*fig.* 107) et plaçons entre eux une lame à faces parallèles d'un diélectrique solide C non électrisé et qui n'occupe pas toute l'étendue du condensateur. La capacité du condensateur par unité de surface est plus grande en face de ce diélectrique solide que dans les régions où l'air seul sépare les armatures. Lorsque l'on enfonce la lame à l'intérieur du condensateur, on augmente donc la capacité totale du système : par conséquent, à un déplacement infiniment petit da dans le sens de la flèche correspond une augmentation infiniment petite dC de la capacité, telle que

$$\frac{dC}{da} > 0.$$

celles qui faussent la détermination des pouvoirs inducteurs spécifiques des solides et des liquides pourraient se produire pour les vapeurs.

... que, dans un conducteur chargé,
les forces électriques qui s'exercent sur les différentes parties du système tendent à accroître la capacité et que la composante de la force dans le sens du déplacement a pour expression

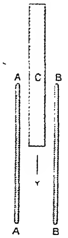
$$f = \frac{1}{2} V^2 \frac{dC}{da}.$$

Si donc on enfonce de da la lame entre les armatures, comme $\frac{dC}{da}$ est positif, il agit sur cette lame une force électrique *dans le sens du déplacement* donné par la relation ci-dessus, où V représente la différence de potentiel des armatures.

Par ce cas particulier, on voit qu'il existe, en général, des forces agissant sur les diélectriques *non électrisés* placés dans un champ électrique.

Quand on fait l'expérience, pour obtenir un résultat probant, il faut que le diélectrique n'ait pas le temps de s'électriser par con-

Fig. 107.



ductibilité ou par polarisation; mais puisque la force ne dépend pas du signe de la différence de potentiel V des armatures, on peut opérer avec des différences de potentiel alternatives. On commencera donc par s'assurer qu'à partir d'une certaine valeur n de la fréquence on obtient une valeur constante pour le pouvoir inducteur spécifique, c'est-à-dire qu'à partir de cette valeur n de la fréquence aucune couche électrique perturbatrice ne se produit à la surface du diélectrique par conductibilité ou polarisation, et

supérieure à n.

On peut réaliser l'expérience en suspendant sous le plateau d'une balance une lame d'ébonite disposée entre les deux plateaux d'un condensateur ; on constate que lorsqu'on charge le condensateur, la lame s'enfonce dans l'intérieur des plateaux.

Dans le cas d'un champ alternatif, on a, pour la valeur de la force agissant sur la lame,

$$f = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{T}\int_0^T V^2\,dt\right)\frac{dC}{da}.$$

M. Pellat a constaté que cette formule, qu'il avait obtenue par les considérations théoriques qui viennent d'être indiquées, était parfaitement vérifiée par l'expérience.

Il a, en outre, fait des expériences sur les diélectriques liquides qui ont aussi parfaitement concordé avec la théorie.

6. **Polarisation diélectrique.** — Avant d'exposer la polarisation diélectrique, nous rappellerons en quoi consiste la polarisation magnétique.

Considérons une aiguille aimantée ; plongée dans la limaille de fer, elle l'attire aux deux régions extrêmes et ne l'attire pas dans toute la région intermédiaire ; cassons cette aiguille au milieu, là où elle semble ne pas posséder de propriétés magnétiques : les deux fragments jouissent chacun des propriétés de l'aimant primitif, ils attirent la limaille à leurs deux extrémités, nous dirons qu'ils forment chacun un aimant complet. Cassons chaque tronçon en deux, nous obtenons quatre aimants complets, et, quel que soit le nombre des fragments en lesquels on sépare l'aimant primitif, chaque fragment a encore un pôle nord et un pôle sud. Si maintenant on rapproche ces trançons de façon à reconstituer géométriquement l'aimant primitif, on le reconstitue aussi au point de vue magnétique et l'ensemble n'attire plus la limaille qu'aux extrémités, comme si tous les pôles intermédiaires avaient disparu.

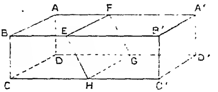
On est, par suite, amené à penser qu'un aimant est constitué par une série de petits aimants élémentaires doués chacun d'un pôle

polarisation magnétique.

Un phénomène absolument analogue existe en électricité. On peut trouver, en effet, dans certaines conditions, des diélectriques qui présentent d'un côté des charges positives, de l'autre des charges négatives, la charge totale étant nulle, et tels que, si l'on vient à les briser en deux, les faces de rupture primitivement en contact sont chargées d'électricités contraires en quantités égales, et de façon que chacun des deux morceaux a encore une charge totale nulle. On peut de nouveau subdiviser chaque morceau en d'autres et toujours apparaîtront des charges égales et de signes contraires sur les faces de rupture, chaque morceau ayant une charge totale nulle. Un diélectrique en cet état est dit *polarisé*.

On peut alors trouver des faces planes telles que la charge soit nulle sur ces faces; la direction de l'intersection de deux de ces faces planes s'appelle la *direction de la polarisation*. La densité électrique $\left(\sigma_0 = \frac{m}{s}\right)$ sur une face plane perpendiculaire à la direction de la polarisation s'appelle l'*intensité de la polarisation*. Considérons un diélectrique polarisé ayant la forme d'un parallé-

Fig. 108.

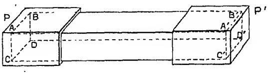


lépipède rectangle (*fig*. 108) dont quatre arêtes AA', BB', CC' et DD' sont dans les directions de la polarisation: sur les faces ABCD ou A'B'C'D' de surface s, on a une charge électrique m et une densité $\sigma_0 = \frac{m}{s}$ qui représente l'intensité de la polarisation. Séparons le diélectrique en deux morceaux par une face plane EFGH oblique à AA', et telle que la normale à cette face forme un angle θ avec la direction de la polarisation AA'. D'après ce que nous savons, la charge qui apparaîtra sur EFGH sera encore égale à m, et, comme la surface s' de EFGH est égale à $\frac{s}{\cos\theta}$, on

$$\sigma = \frac{m}{\frac{s}{\cos\theta}} = \sigma_0 \cos\theta.$$

Considérons un corps ABCD, A'B'C'D' (*fig.* 109), polarisé électriquement, présentant sur ABCD une densité électrique positive, sur A'B'C'D' une densité négative, et, pour plus de simplicité, supposons que sur les faces latérales AA'BB', . . . , la densité soit nulle, ces faces étant parallèles à la direction de la polarisation. Recouvrons ses extrémités par deux petits cylindres de Faraday P et P' isolés ; un phénomène d'influence va se produire : en face de ABCD, il se développe à la surface interne de P une quantité d'électricité négative égale à la quantité d'électricité positive qui

Fig. 109.



recouvre ABCD, en même temps la surface extérieure du cylindre P se recouvre d'une quantité d'électricité positive égale à la précédente ; de même pour B'. Des électroscopes reliés à ces cylindres indiquent une charge positive du côté ABCD et négative du côté A'B'C'D', comme si la charge du diélectrique s'était échappée de sa surface, quoiqu'il n'en soit rien ; car, en retirant les cylindres P et P', on peut constater par les procédés habituels que ABCD et A'B'C'D' ont conservé respectivement leur charge primitive.

En rapprochant de plus en plus les cylindres P et P' du corps, il en est toujours de même. Il en est encore ainsi à la limite quand on colle sur les faces ABCD et A'B'C'D' des feuilles de papier d'étain (bien entendu, en les tenant par un corps parfaitement isolant) : toute l'électricité semble s'être échappée du diélectrique polarisé pour passer sur l'étain ; mais nous venons de voir que ce n'est là qu'une apparence. Ainsi, on doit considérer la quantité d'électricité développée aux extrémités d'un corps polarisé comme invariablement liée à celui-ci et ne pouvant pas s'en échapper.

met un seul enveloppant complètement le diélectrique polarisé. aucun phénomène ne se manifestera à l'extérieur, le cylindre conducteur étant à l'état neutre à sa surface externe et formant écran électrique. Quelque chose d'analogue se produit lorsqu'on abandonne à lui-même un diélectrique polarisé ; en effet, ne fût-ce que par un dépôt d'humidité, le diélectrique est toujours recouvert d'une gaine médiocrement conductrice, qui forme un cylindre de Faraday imparfait. Supposons que par une cause quelconque la polarisation soit créée ; au premier instant les phénomènes électriques se manifesteront aux extrémités; mais bientôt, par suite des phénomènes d'influence qui se produisent dans la graine semi-conductrice, les charges seront de plus en plus masquées par les charges contraires développées par influence dans la gaine, et quand l'équilibre sera atteint, le diélectrique, quoique polarisé, ne donnera aucun signe d'électrisation à l'extérieur. On ne pourra révéler sa polarisation qu'en le cassant. C'est pourquoi la polarisation diélectrique est restée longtemps ignorée.

7. **Pyro-électricité.** — Un premier exemple de polarisation est la *pyro-électricité :* certains cristaux, lorsqu'on les chauffe, manifestent des électrisations de signes contraires aux extrémités opposées.

Ce phénomène a été découvert sur la *tourmaline,* cristal ternaire présentant l'hémiédrie holoaxe non centrée ; le cristal n'ayant pas de centre n'a pas non plus de plan de symétrie perpendiculaire à l'axe ternaire ; par suite, les deux extrémités de cet axe ne sont pas identiques. Nous appellerons *bases* les faces taillées perpendiculairement à l'axe ternaire.

Quand la tourmaline est chauffée, elle attire les corps légers ; ainsi, jetée dans un foyer en activité, elle attire les cendres. C'est là la première observation du phénomène, et le cristal en a tiré son nom.

Si l'on prend une tourmaline longtemps abandonnée à la température ordinaire, elle ne manifeste aucune propriété électrique ; si l'on vient à la chauffer, elle s'électrise à ses extrémités; ce phénomène d'électrisation peut persister quelque temps, mais il finit par disparaître si la température reste constante. Si, alors, on la

verse des précédents, et, au bout d'un certain temps, à température constante, elle perd toute trace d'électrisation.

Pour montrer le phénomène, on dispose un cristal de tourmaline sur un petit pivot, de façon que l'axe du cristal soit perpendiculaire à l'axe de rotation. On chauffe le cristal, et on le laisse refroidir; pendant la période de refroidissement, il suffit d'approcher du cristal un bâton d'ébonite frotté, il repousse l'une des extrémités et attire, au contraire, l'autre. On peut aussi approcher le cristal d'un pendule électrisé et constater à la façon ordinaire l'existence et la nature des charges des extrémités de l'axe. Avec deux tourmalines en voie de refroidissement, on peut répéter les expériences d'attraction et de répulsion que l'on fait ordinairement sur les aimants.

Un autre procédé pour montrer l'électrisation des faces opposées de la tourmaline consiste à prendre une lame assez étendue du cristal taillée perpendiculairement à l'axe et à souffler dessus un mélange de minium pulvérisé et de fleur de soufre. Par le frottement mutuel, ces particules s'électrisent, le soufre négativement et le minium positivement; le premier est attiré alors par les régions positives et s'y fixe; le second se fixe sur les régions négatives : les régions positives se recouvrent ainsi d'une poudre jaune, et les régions négatives, d'une poudre rouge. Or on voit une des faces de la lame de tourmaline chauffée se recouvrir de soufre et l'autre de minium, ce qui indique leur état d'électrisation contraire.

Le physicien français Gaugain a étudié ces phénomènes avec beaucoup de soin; il a énoncé les lois suivantes :

Les quantités d'électricité que l'on peut recueillir sur les bases sont égales et de signes contraires.

La quantité d'électricité qui se développe lorsque la température passe de t_1 à t_2 est égale et de signe contraire à celle qui est mise en liberté lorsque la température revient de t_2 à t_1.

Les quantités développées quand on passe de t_1 à t_2 sont toujours les mêmes, quelle que soit la manière dont on passe de la température initiale à la température finale. En outre, ces quantités sont à peu près proportionnelles à la différence des températures $t_2 - t_1$.

Enfin ces quantités sont proportionnelles à l'étendue des bases et indépendantes de leur distance, du moins pour un même échantillon de tourmaline.

Lord Kelvin a expliqué le phénomène de la pyro-électricité par la supposition suivante : la tourmaline est un cristal constamment et naturellement polarisé; si on l'abandonne longtemps à une même température par suite d'une faible conductibilité superficielle et conformément aux explications données dans le paragraphe précédent, il se dépose sur les bases des quantités égales d'électricités contraires à celles qui s'y trouvent et ce dépôt masque le phénomène. Si l'on vient à chauffer le cristal, l'intensité de la polarisation change et les quantités d'électricité des bases ne sont plus les mêmes. Supposons, par exemple, qu'elles diminuent en valeur absolue; alors les électricités contraires développées par influence sur la gaine semi-conductrice l'emportent : la face positive par polarisation semble chargée négativement et inversement. Mais, à la longue, les quantités d'électricité développées par influence diminuent jusqu'à ce que le corps ait perdu en apparence toute trace d'électrisation. Si, après cette dissipation, on refroidit le cristal. les quantités d'électricité de polarisation augmentent et ne sont plus complètement neutralisées par celles qui ont été développées par influence dans la gaine semi-conductrice; l'on observe alors des signes d'électrisation en accord avec la polarisation naturelle du cristal.

Pour vérifier la justesse de l'explication donnée par Lord Kelvin. il n'y a qu'à casser un cristal de tourmaline, en faisant l'expérience avec une tourmaline maintenue depuis longtemps à température constante et ne manifestant plus de propriétés électriques. Cette vérification si simple a été faite seulement en 1897 par M. W. Voigt, qui a trouvé pour valeur de la densité superficielle de polarisation à la température de 24° C.

$$\sigma = 33,4,$$

ce qui revient à dire que, par centimètre carré de base perpendiculaire à l'axe ternaire, la tourmaline possède une charge de 33,4 unités électrostatiques. Cette quantité varie avec la température; elle diminue quand la température s'élève; ainsi, pour

$$\theta = 33,4 - 1,25(t - 24).$$

La tourmaline est le plus bel exemple d'un corps naturellement polarisé. D'autres cristaux présentent le même phénomène; tels sont : l'hydrosilicate de zinc ou calamine, la topaze, l'acide tartrique, les tartrates clinorhombiques. Les conditions nécessaires et suffisantes pour la pyro-électricité sont les suivantes :

Pas de centre; un seul axe de symétrie.

8. **Piézo-électricité.** — Un deuxième exemple de polarisation diélectrique est fourni par la *piézo-électricité,* phénomène découvert plus récemment et qui présente une grande analogie avec le précédent.

En 1880, MM. Jacques et Pierre Curie ont observé que la tourmaline maintenue à température constante se polarise électriquement lorsqu'on la soumet à une compression ou à une traction dans la direction de l'axe; ils ont donné à ce phénomène le nom de *piézo-électricité*. Prenons par exemple une lame de tourmaline taillée perpendiculairement à l'axe; recouvrons les deux faces par des feuilles d'étain respectivement en communication avec les quadrants d'un électromètre, puis comprimons le système en lui appliquant un poids P; aussitôt l'aiguille de l'électromètre dévie. Si l'on fait cesser la compression, des quantités égales d'électricités contraires réapparaissent et l'on voit l'aiguille revenir au zéro.

La compression suivant l'axe produit les mêmes phénomènes qu'un refroidissement, dans le cas de la tourmaline, et la traction les mêmes phénomènes que l'échauffement.

La piézo-électricité existe chez un plus grand nombre de cristaux que la pyro-électricité. D'une façon générale, on appelle *axe électrique* une direction telle qu'une compression où une traction fait apparaître des signes d'électrisation sur les faces normales à cette direction, sans faire apparaître de signe d'électrisation sur les faces qui lui sont parallèles.

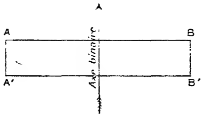
Friedel a montré que, dans le quartz, les trois axes binaires qui sont perpendiculaires à l'axe optique sont des axes électriques; les extrémités de chacun de ces trois axes binaires ne sont pas

identiques, il n'y a pas de plan de symétrie perpendiculaire.

MM. Curie ont fait une étude approfondie de la piézo-électricité; nous allons en donner les résultats.

Considérons un parallélépipède de quartz taillé perpendiculairement à l'un des axes binaires (*fig.* 110, où l'axe optique est

Fig. 110.



supposé normal au plan de la figure). Si l'on comprime les faces qui sont normales à l'axe optique, on n'observe aucun phénomène d'électrisation; mais si l'on comprime suivant l'axe électrique AA', ou bien si l'on comprime dans le sens AB, perpendiculaire à la fois à l'axe optique et à l'axe électrique, dans les deux cas on observe une électrisation positive de l'une des faces normales à l'axe électrique, AB par exemple, et négative de l'autre face A'B'.

Les lois qui régissent le phénomène sont les suivantes :

Les deux faces taillées perpendiculairement à l'axe électrique se recouvrent de quantités d'électricité égales et de signes contraires.

La quantité d'électricité qui apparaît sur une face par une compression est égale et contraire à celle qui est développée par une traction de même valeur.

Pour une traction ou une compression dans un sens, la quantité d'électricité développée est proportionnelle à l'effort mécanique.

Pour une même variation de la force, si l'effort a lieu suivant l'axe électrique, la quantité développée est indépendante des dimensions du cristal; mais, si l'effort est fait perpendiculairement à l'axe électrique, la quantité développée est proportionnelle à la distance des faces pressées comptée perpendiculairement à l'axe électrique, inversement proportionnelle à l'épaisseur comptée parallèlement à cet axe et indépendante de la troisième dimension.

la traction.

C'est ainsi que MM. Curie ont réalisé l'appareil connu sous le nom de *quartz piézo-électrique.*

Il consiste en une lame de quartz très mince taillée perpendiculairement à l'un des axes électriques; elle est allongée dans la direction perpendiculaire à l'axe optique et à l'axe électrique, et c'est dans cette direction que s'exerce la traction. A cet effet, la lame est fixée à ses extrémités dans deux pinces de laiton; la pince supérieure est fixe, l'autre porte un plateau que l'on peut charger de poids. Les faces sont argentées et isolées l'une de l'autre; chacune communique par une petite lame métallique, qui forme ressort, avec deux bornes isolées, que l'on peut mettre en relation avec les quadrants d'un électromètre. L'appareil est excellent pour développer une quantité bien déterminée d'électricité et produire entre les quadrants une différence de potentiel que l'on peut faire varier à volonté.

Les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un cristal soit piézo-électrique sont les suivantes :

Pas de centre, pas d'axe binaire, quaternaire ou senaire perpendiculaire à l'axe électrique.

Il peut y avoir plusieurs axes de symétrie dans le cristal.

Par conséquent, tout cristal doué de pyro-électricité ou de pouvoir rotatoire présente des propriétés piézo-électriques; mais tout cristal piézo-électrique n'est pas forcément pyro-électrique, car la pyro-électricité exige qu'il n'y ait qu'un seul axe de symétrie.

La tourmaline possède quatre axes de piézo-électricité : l'axe de pyro-électricité et les trois axes binaires qui lui sont perpendiculaires.

Les phénomènes de piézo-électricité ne sont que des phénomènes de polarisation diélectrique du cristal provoqués ou modifiés par l'effort mécanique. Dans le cas de la tourmaline et des autres cristaux pyro-électriques, le cristal est naturellement polarisé suivant l'axe de symétrie supérieur; une traction ou une compression suivant cet axe fait, à température constante, varier l'intensité de la polarisation. Le quartz et les cristaux qui ne jouissent pas de pyro-électricité suivant les axes électriques de piézo-électricité ne

ne sont pas naturellement polarisés suivant ces axes, mais acquièrent la polarisation par traction ou compression.

M. Lippmann a montré, par des considérations théoriques, que le phénomène de piézo-électricité peut avoir une réciproque.

Si l'on charge d'égales quantités d'électricités contraires les deux faces opposées d'une lame de quartz taillée perpendiculairement à l'un des axes électriques, elle se raccourcit ou s'allonge suivant le sens de la charge. La valeur de cette variation calculée par M. Lippmann est extrêmement petite; néanmoins MM. Curie ont réussi à la mettre en évidence et ont utilisé ce phénomène dans la construction d'un électromètre (1).

9. **Polarisation acquise par un diélectrique qui a été placé dans un champ électrique.** — A la suite de ses recherches sur les condensateurs formés par des lames de mica, M. Bouty avait émis l'opinion que les phénomènes de charge résiduelle présentés par les condensateurs s'expliqueraient bien en admettant que le mica est polarisé quand il est dans un champ électrique et qu'il conserve encore quelque chose de cette polarisation quand il est mis en dehors du champ; cette polarisation disparaîtrait ensuite graduellement. Or ce n'est pas là une simple hypothèse, car M. Pellat a depuis montré expérimentalement qu'un diélectrique placé pendant quelque temps dans un champ électrique, puis retiré de ce champ, est polarisé et que sa polarisation diminue avec le temps et finit par disparaître.

Voici comment l'expérience a été faite :

Le diélectrique employé a été l'ébonite de belle qualité. Pour diverses raisons, on ne pouvait songer à manifester l'état de polarisation en fendant avec une scie un bloc d'ébonite polarisé; aussi le bloc a été, en quelque sorte, fendu à l'avance. A cet effet, celui-ci était constitué par deux lames d'ébonite rectangulaires rodées avec soin de façon à s'appliquer exactement l'une sur l'autre. Chacune de ces lames possédait un manche en ébonite dans le prolongement de la lame. Après avoir désélectrisé les lames en les passant au-dessus d'un réchaud à gaz allumé, on constituait le bloc en les posant l'une sur l'autre, les faces rodées étant en contact,

(1) *Voir* la Note C, n° 4, à la fin de l'Ouvrage.

tales d'un condensateur plan A. Les armatures de celui-ci débordaient largement les lames et étaient recouvertes chacune d'une très mince lame d'ébonite pour empêcher l'électrisation du bloc d'ébonite par contact ou par aigrettes.

Par le jeu d'un commutateur, les deux armatures, primitivement en communication, étaient reliées respectivement aux deux armatures d'une batterie fortement chargée. Le bloc d'ébonite se trouvait ainsi dans un champ uniforme qu'on laissait agir un certain temps (de trente à cent vingt secondes). On ramenait ensuite, par le jeu du commutateur, les deux armatures A au même potentiel.

On enlevait aussitôt par son manche la lame inférieure, fendant ainsi en deux moitiés le bloc d'ébonite, et l'on portait cette lame dans un petit condensateur plan B, à armatures juste assez distantes pour qu'on puisse introduire la lame sans frottement. L'une des armatures de B communiquait avec une conduite de gaz, l'autre avec l'aiguille d'un électromètre à quadrants.

Aussitôt la lame introduite dans le condensateur B, on voyait l'aiguille dévier; si alors on introduisait la lame à nouveau après l'avoir retournée de façon à présenter l'autre face vis-à-vis de l'armature communiquant avec l'aiguille de l'électromètre, on voyait celle-ci dévier de l'autre côté du zéro, indiquant ainsi que les faces de la lame d'ébonite étaient chargées d'électricités contraires. A chaque nouveau retournement la déviation de l'aiguille changeait de sens; mais ces déviations devenaient de plus en plus faibles avec le temps et, au bout de quelques minutes, étaient insensibles : la polarisation s'affaiblit avec le temps et finit par disparaître.

Du reste, si au sortir de A et avant de placer la lame en B l'on introduisait celle-ci dans un cylindre de Faraday communiquant avec l'aiguille, on n'avait aucune déviation, ce qui prouvait que les charges de signes contraires qu'on pouvait ensuite constater sur les faces de la lame, en l'introduisant dans B, étaient en quantités égales.

L'intensité de la polarisation augmente jusqu'à une certaine limite avec le temps pendant lequel on laisse agir le champ; elle ne se produit donc pas instantanément, mais graduellement.

Cette polarisation, acquise par les diélectriques qui ont été

placés dans un champ électrique, explique un certain nombre de phénomènes qu'on ne savait à quoi attribuer, tels que la conductibilité apparente des diélectriques, grande au début et diminuant avec la durée de l'expérience, la variation apparente du pouvoir inducteur spécifique avec le temps pendant lequel le diélectrique est soumis à l'action du champ, dont nous avons parlé plus haut (n° 1), etc. Nous nous bornerons ici à montrer comment la polarisation explique la charge résiduelle des condensateurs.

10. **Charge résiduelle.** — Lorsqu'on décharge une bouteille de Leyde, en faisant communiquer ses armatures pendant un instant, et qu'on l'abandonne à elle-même, on constate qu'au bout de quelque temps elle a repris une nouvelle charge de même sens que la première, mais beaucoup plus faible. On peut ainsi obtenir successivement plusieurs étincelles de décharge de plus en plus faibles. Ce sont ces charges qui réapparaissent après une première décharge qu'on désigne sous le nom de *charges résiduelles* ou de *résidus*.

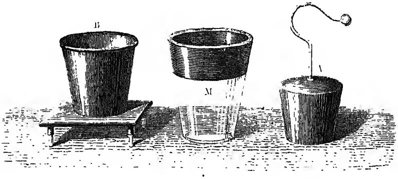
Pour expliquer ce phénomène, considérons un condensateur dont les armatures sont séparées par une couche d'air du diélectrique solide (ce serait la même chose si le diélectrique touchait les armatures). Dans le champ qui existe entre les armatures quand le condensateur est chargé, le diélectrique se polarise; cette polarisation, qui n'est pas instantanée, augmente jusqu'à une certaine limite avec le temps.

Lorsque l'on décharge le condensateur en faisant communiquer métalliquement les armatures, les quantités d'électrité développées par polarisation à la surface du diélectrique retiennent, par influence, une certaine quantité d'électricité sur les armatures, de sorte que la décharge n'est pas complète. Mais le champ a disparu à l'intérieur du diélectrique, ou même, si les armatures ne touchent pas le diélectrique, est renversé comme sens en ayant, du reste, une valeur très faible; le diélectrique se dépolarise alors et libère une portion de plus en plus grande de l'électricité des armatures, que l'on peut décharger à nouveau; et ainsi de suite.

11. **La charge d'un condensateur se porte sur la surface du diélectrique solide qui sépare les armatures.** — A côté de ce phé-

senter avec lui quelque analogie et qui cependant en est complètement distinct. Lorsque l'on charge un condensateur démontable, on peut constater que les électricités ont quitté les armatures métalliques, et se trouvent sur les faces opposées du diélectrique solide qui les sépare : des étincelles nombreuses et grêles ont éclaté entre le diélectrique et les armatures, et l'électricité s'est déposée alors sur l'isolant, qu'il soit humide ou qu'il soit sec. On peut, en effet, séparer les armatures, les décharger séparément, puis reformer le condensateur; on obtient, en réunissant les armatures, une étincelle presque aussi forte que si l'on n'avait pas démonté le condensateur, et d'ailleurs, lorsqu'on décharge séparément les armatures après les avoir écartées de l'isolant, on n'obtient qu'une décharge insignifiante.

Fig. 111.



C'est à Franklin qu'est due cette observation. L'expérience se fait dans les cours habituellement avec la bouteille démontable (*fig.* 111) [1].

---

[1] Pour répéter cette expérience, il faut avoir soin, après avoir chargé la bouteille de Leyde, soit de la placer sur un support isolant (une plaque de paraffine ou le gâteau de résine d'un électrophore, par exemple), si l'on veut enlever avec la main l'armature intérieure, soit de se servir d'un crochet soutenu par un manche isolant, si l'on n'a pas isolé la bouteille. Quand on remonte le condensateur, il faut prendre les mêmes précautions. Il est évident, en effet, que si l'armature externe n'est pas isolée et si l'opérateur prend directement avec la main l'armature interne, il recevra la décharge de la bouteille à travers le corps.

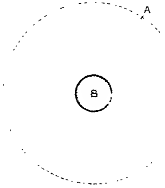
CHAPITRE X.

DE LA LOI ÉLÉMENTAIRE DE COULOMB.

1. Loi élémentaire de Coulomb. — Coulomb a établi expérimentalement, au moyen de sa balance de torsion, la loi qui exprime la force agissant entre deux points électrisés plongés dans un diélectrique homogène non électrisé. Avec les connaissances que nous possédons actuellement, il est facile d'établir cette loi, par laquelle on commence généralement l'exposé de la théorie de l'électrostatique.

Considérons une sphère conductrice électrisée B placée seule dans un diélectrique homogène, indéfini, non électrisé et de pouvoir inducteur spécifique K; soit m la charge de cette sphère (*fig.* 112). Par raison de symétrie, les surfaces équipotentielles

Fig. 112.



sont des sphères concentriques à la précédente, et les lignes de forces sont dirigées suivant les rayons de ces sphères. Pour avoir la valeur φ du champ en un point A de l'espace il suffit, comme nous l'avons vu, d'appliquer le théorème de Gauss. Pour cela, traçons la sphère équipotentielle qui passe par A et soit r son rayon; prenons sur cette sphère un petit élément de surface entou-

expression

$$\pm K\varphi\, ds;$$

le signe + convenant si le champ est dirigé vers l'extérieur de la sphère, et le signe — dans le cas contraire.

Le flux total qui sort de la sphère est donc

$$\pm K\varphi \int ds = \pm 4\pi r^2 K\varphi.$$

et la formule de Gauss donne

$$\pm 4\pi r^2 K\varphi = 4\pi m.$$

Si m est positif, pour que les deux membres aient le même signe, il faut prendre le signe + devant le premier membre, ce qui nous indique que le champ est dirigé vers l'extérieur de la sphère; si m est négatif, c'est le signe — qui convient, et le champ est tourné vers l'intérieur de la sphère. On a donc, abstraction faite du signe,

$$\varphi = \frac{m}{K r^2}.$$

Supposons qu'il y ait en A un petit corps électrisé, un point électrisé, dont la charge soit m', la force qui agit sur ce point est

$$f = \varphi m' = \frac{mm'}{K r^2}. \tag{1}$$

Le sens est d'ailleurs facile à trouver : si m est positif, le champ est centrifuge; donc, si m' est positif, la force est répulsive, et si m' est négatif elle est attractive; c'est l'inverse dans le cas de m négatif. Il en résulte que, si les charges m et m' sont de même signe, la force est répulsive; elle est attractive si les charges sont de signes contraires.

Ce qui vient d'être dit reste vrai quelque petit que soit le rayon de la sphère conductrice. D'ailleurs, si, en partant du cas d'une sphère de rayon infiniment petit, la surface se déforme de façon que ses dimensions linéaires restent infiniment petites vis-à-vis de la distance r, ou même si la charge m est distribuée à l'intérieur d'un diélectrique limité au même contour, il n'en résulte aucune modification du champ : la force qui agit sur m' est toujours

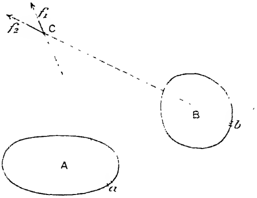
Coulomb.

La force f dépend, comme on le voit, du pouvoir inducteur spécifique K du milieu qui sépare les points électrisés; la loi n'est donc plus applicable s'il existe plusieurs diélectriques de pouvoirs inducteurs distincts.

Dans les conditions ordinaires, la loi est toujours vraie si le diélectrique est uniquement l'air, car il peut être considéré comme un diélectrique sensiblement homogène.

2. **Remarque sur l'application de la loi élémentaire de Coulomb.** — Considérons un point C dans le champ dû à plusieurs conducteurs électrisés A, B, etc., placés dans l'air (*fig* 113), et supposons une charge m' placée en C. Considérons, d'autre part, un élément a de la surface d'un des conducteurs et soit m_1 la charge de cet élément. Si les charges m' en C et m_1 en a existaient seules et s'il n'y avait que de l'air entre elles et autour d'elles, la loi de Coulomb s'appliquerait et l'on obtiendrait pour l'action de a sur C une force f_1 dirigée suivant aC et égale à $\frac{m_1 m'}{K r_1^2}$, en appelant r_1 la distance aC. De même, si nous considérons un autre élément b de la surface des conducteurs, sous les mêmes réserves, nous obtiendrions comme action de b sur C une force f_2 dirigée suivant bC et égale à $\frac{m_2 m'}{K r_2^2}$, et ainsi de suite pour tous les éléments de la surface des conducteurs électrisés. Or, ce qu'il y a de remarquable, c'est que la résultante de toutes ces forces f_1, f_2, etc., ainsi calcu-

Fig. 113.



électrisés sur la charge m' placée en C; car, en admettant qu'il en est ainsi, on trouve des conséquenees qui sont bien vérifiées par l'expérience et qui, d'ailleurs, sont les mêmes que celles qu'on peut déduire des lois établies dans ce cours par une autre voie.

Or remarquons l'hypothèse que l'on fait en procédant ainsi : il n'est nullement évident qu'on puisse déduire de la loi élémentaire de Coulomb, établie soit théoriquement, soit par les expériences de ce grand physicien, l'action de l'élément de surface a ou b sur C, puisque : 1° il y a entre a et C ou b et C, autre chose que de l'air; 2° parce que les charges de a ou de b ne sont pas seules dans le champ.

C'est cette difficulté qui se rencontre au début de la théorie des phénomènes électrostatiques déduits de la loi de Coulomb, et plus encore l'inexactitude de cette loi dans le cas de plusieurs diélectriques qui m'ont engagé à fonder sur d'autres bases l'Électrostatique.

Mais, cette réserve étant faite sur la rigueur du raisonnement, dans le cas très fréquent où l'air est le seul diélectrique existant entre les conducteurs, puisqu'en raisonnant à partir de la loi de Coulomb, comme il a été rappelé ci-dessus, on arrive à des conclusions exactes, il devient légitime de se servir de ce mode de raisonnement qui est commode dans certains cas.

C'est ainsi qu'on déduit de la loi de Coulomb, dans le cas particulier indiqué, qu'en prenant comme zéro de potentiel celui d'un point situé à l'infini des charges qui constituent le champ, le potentiel d'un point du champ est donné par

$$V = \frac{1}{K} \sum \frac{m}{r},$$

en représentant par r la distance au point considéré d'un point du champ possédant une charge m [1].

---

[1] Rappelons la démonstration de ce théorème.

Le potentiel d'un point A avec le zéro adopté est, par définition, le quotient par la charge m' du travail de la force électrique agissant sur un point M possédant cette charge m' lorsqu'il voyage du point A jusqu'au point C de l'infini.

Supposons d'abord qu'il n'y ait qu'un seul point O_1 possédant une charge positive m_1 pour constituer ce champ. En appelant f la force électrique provenant

Cette relation est souvent utile : en particulier, elle montre immédiatement que, si l'on augmente les charges positives dans le voisinage du point considéré, son potentiel augmente, tandis qu'il diminue si l'on augmente les charges négatives.

---

de O_1 et agissant sur M, lorsque ce point est à une distance r de O_1, et r_1 la distance O_1A, le travail cherché est donné, comme on le sait, par

$$W = \int_{r_1}^{\infty} f\,dr = \int_{r_1}^{\infty} \frac{m_1 m'}{K r^2}\,dr = \frac{m_1 m'}{K r_1}.$$

Il est aisé de voir que cette relation subsiste encore si, au lieu d'une charge positive, O_1 possède une charge négative de même valeur absolue, car W change de signe sans changer de valeur absolue, et il en est de même de $\frac{m_1 m'}{K r_1}$.

Supposons, maintenant, au lieu d'un seul point O, chargé constituant le champ, que nous ayons une série de points O_1, O_2, O_3, etc., possédant des charges m_1, m_2, m_3, etc., qui peuvent être les différents points de la surface de conducteurs électrisés, situés à des distances r_1, r_2, r_3, etc., du point A. En admettant que la force agissant alors sur M est la résultante des forces que donneraient isolément les points O_1, O_2, O_3, etc., si chacun existait seul comme point électrisé, et en se rappelant que le travail de la résultante est la somme des travaux des composantes, on a immédiatement pour le travail W de la force qui agit sur M, quand ce point va de A au point C de l'infini,

$$W = \frac{m_1 m'}{K r_1} + \frac{m_2 m'}{K r_2} + \frac{m_3 m'}{K r_3} \ldots = \frac{m'}{K} \sum \frac{m}{r},$$

d'où, pour le potentiel du point A,

$$V = \frac{W}{m'} = \frac{1}{K} \sum \frac{m}{r}.$$

CHAPITRE XI.

LOIS D'OHM, DE KIRCHHOFF ET DE JOULE.

C'est en 1827 qu'Ohm a établi, par des considérations théoriques, les lois qui portent son nom et qui expriment la relation existant entre la différence de potentiel que présentent les extrémités d'un conducteur parcouru par un courant électrique, l'intensité même de ce courant et certaines qualités du conducteur. Ces lois n'attirèrent pas beaucoup l'attention tout d'abord ; ce qui explique que, huit ans plus tard, Pouillet, sans avoir connaissance des travaux d'Ohm, les ait retrouvées et établies expérimentalement.

Nous allons établir expérimentalement aussi ces lois, mais par une méthode différente de celle de Pouillet, et nous établirons en même temps les lois de Kirchhoff sur les courants dérivés, qui en sont inséparables.

1. **Courant électrique.** — Rappelons d'abord ce qu'est un *courant électrique*. Considérons, à cet effet, une pile d'un certain nombre d'éléments; soient A et B les pôles de cette pile. L'équilibre de la pile exige qu'un de ses pôles soit à un potentiel plus élevé que l'autre. Réunissons maintenant les deux pôles par un fil, que nous supposerons, pour plus de simplicité, de même nature que les pôles. Dans le cas de l'équilibre électrique, tous les points du fil conducteur doivent être au même potentiel et, par conséquent, l'équilibre du fil exige que les pôles A et B soient au même potentiel. L'équilibre électrique, exigeant ainsi deux conditions contradictoires, est impossible, et l'électricité doit être constamment en mouvement dans le fil conjonctif AB : celui-ci est le siège d'un *courant électrique*.

Rappelons : 1° que tous les phénomènes où il y a mouvement d'électricité peuvent s'interpréter en supposant qu'une des électricités reste en place et que l'autre seule voyage ; 2° que l'on con-

intensité de ce courant.

2. Extension de la notion de potentiel dans le cas de l'électricité en mouvement. — Jusqu'ici nous n'avons défini le potentiel que dans le cas de l'équilibre électrique. Voici comment on peut simplement étendre cette notion importante au cas où l'électricité est en mouvement.

Supposons qu'à une époque t nous immobilisions par la pensée les charges électriques dans la position où elles se trouvent, de façon à substituer à l'état de mouvement un état d'équilibre, si nous supposons, en outre, que les corps qui étaient conducteurs sont devenus subitement isolants. Le potentiel en chaque point du champ a alors une valeur bien définie; c'est cette valeur que nous prendrons, par définition, pour la valeur du potentiel à l'époque t dans l'état de mouvement.

Qu'il y ait repos ou mouvement de l'électricité, le quotient de la force électrique f qui agit sur un point P chargé d'une quantité m d'électricité par cette quantité m est une grandeur indépendante de m, à laquelle nous donnons encore le nom de *valeur du champ* ou, mieux, de *valeur du champ total,* pour le distinguer des champs partiels que nous allons considérer.

Dans le cas de mouvement, cette valeur du champ n'a plus pour composantes X, Y et Z, les dérivées partielles du potentiel par rapport aux coordonnées. Ces dérivées partielles du potentiel sont les composantes de ce qu'on appelle la *valeur du champ électrostatique*. Mais, pour avoir la valeur du champ total, il faut composer avec la valeur du précédent celle du champ d'*induction électrique* dû au mouvement de l'électricité.

Montrons par un exemple l'importance de ce dernier champ : Dans le cas de l'équilibre électrique, le potentiel a même valeur en tous les points d'un corps conducteur homogène; cela n'est plus vrai, en général, s'il y a mouvement électrique dans le voisinage du conducteur en équilibre. Considérons, en effet, une bobine

sur laquelle sont enroulés deux fils de cuivre différents recouverts de soie pour en isoler les spires (*bobine d'induction*). Si nous faisons passer dans un des fils (*fil inducteur*) un courant dont l'intensité i est une fonction linéaire du temps t

$$i = at + b,$$

au bout d'un temps très court, le second fil (*fil induit*), dont nous supposons les extrémités libres, aura atteint un état d'équilibre. Or, les différents points de ce fil ne sont pas alors au même potentiel : le champ électrostatique n'est pas nul le long du fil; mais le champ d'induction lui est égal et directement opposé, en sorte que le champ total est nul, condition nécessaire à l'équilibre dans un conducteur homogène.

Le champ d'induction n'existe que si l'intensité du courant n'est pas constante; si elle devient constante, le champ électrostatique subsiste seul. Remarquons encore que le phénomène d'induction n'est vraiment intense que si les variations de l'intensité du courant qui en sont la cause sont très brusques; avec des courants lentement variables le champ d'induction est très faible et le plus souvent négligeable. Dans tout ce que nous allons voir ici à propos des lois d'Ohm et de Kirchhoff, ce champ d'induction sera nul ou négligeable et, par conséquent, le champ se réduisant au champ électrostatique, dérivera du potentiel. En particulier, quand il y aura équilibre dans un conducteur homogène, tous ses points seront au même potentiel.

Par conséquent, si nous faisons communiquer deux points A et B d'un conducteur traversé par un courant, par des fils métalliques de même nature, avec les quadrants pairs et impairs d'un électromètre, ceux-ci prendront une différence de potentiel égale à la différence de potentiel des points A et B, si en A et en B les conducteurs sont de même nature. Qu'ils soient de nature différente ou de même nature, la différence de potentiel des quadrants ne variera que si la différence de potentiel entre A et B varie, et la variation de la différence de potentiel des quadrants sera la même que celle des points A et B : l'électromètre la mesurera.

3. Sens du courant fourni par une pile. — Si un conducteur homogène n'est pas au même potentiel en tous ses points, il est

:roissants. Par conséquent, l'électricité positive se déplacera
ıns le sens du champ, c'est-à-dire ira des points où le potentiel
le plus élevé aux points où il est le plus bas.

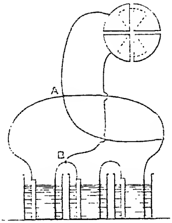
Cette remarque faite, considérons une pile dont les pôles A et
sont réunis par un fil métallique homogène; le courant, dans ce
ira du pôle positif A (pôle au plus haut potentiel) au pôle
gatif B (pôle au plus bas potentiel).

L'électricité positive arrivée en B s'y arrêtera-t-elle? Évidem-
ent non; car, dans ce cas, il se produirait rapidement une égali-
ion des potentiels des deux pôles A et B, ce qui est contraire à
quilibre de la pile : l'électricité positive ira donc, à l'intérieur
la pile, du pôle négatif B au pôle positif A.

Ainsi, le courant qui va du pôle positif au pôle négatif à l'exté-
ur de la pile, va du pôle négatif au pôle positif à son intérieur,
*ıservant ainsi partout le même sens le long du circuit
·mé.*

**4. L'intensité d'un courant est la même en tous les points d'un
cuit fermé non bifurqué.** — Considérons une pile dont les pôles
t réunis par un conducteur quelconque; ce circuit est en
ıéral le siège d'un courant. Mettons deux points quelconques A
B du circuit en communication avec les quadrants pairs et im-
rs d'un électromètre (*fig.* 114). Au bout d'un temps très court,

Fig. 114.



iguille prend une position invariable, ce qui indique que la diffé-
ce de potentiel entre les points A et B ne varie pas avec le temps.

circuit reste constante quand le courant passe.

On peut déduire de là que l'intensité du courant est la même en tous les points d'un même conducteur tant qu'il ne se bifurque pas.

Considérons, en effet, deux sections voisines A et A′ du conducteur fermé (*fig.* 115); s'il entrait plus d'électricité positive en A qu'il n'en sort en A′ dans le même temps, la quantité d'électricité positive irait en augmentant dans le tronçon AA′. En vertu de

Fig. 115.

la loi de la conservation de l'électricité, elle irait alors en diminuant dans un autre tronçon BB′ du même circuit. Or, il résulterait de là que le potentiel de AA′ croîtrait, tandis que le potentiel de BB′ décroîtrait, et, par conséquent, que la différence de potentiel des points A et B ne resterait pas constante; ce qui est contraire à l'expérience. On démontrerait de même qu'il ne peut pas entrer moins d'électricité positive en A qu'il n'en sort en A′ dans le même temps.

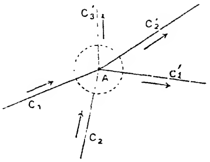
Les quantités d'électricité positive qui passent ainsi dans le même temps en A et A′ étant les mêmes, l'intensité du courant $\left(\frac{dm}{dt}\right)$ est la même en A et en A′. De proche en proche on démontrerait ainsi que l'intensité du courant est, au même moment, la même à travers toutes les sections du conducteur jusqu'à ce que celui-ci se bifurque.

Dans le cas d'une pile dont les éléments sont disposés en tension et dont les pôles sont réunis par un seul fil conducteur non dérivé, comme il n'y a aucune bifurcation, l'intensité du courant est la même dans tout le circuit, aussi bien à l'intérieur de la pile qu'à l'extérieur.

5. **Première loi de Kirchhoff.** — Nous pouvons déduire aussi de l'expérience précédente une conséquence importante quand il y a bifurcation du circuit.

ntensités des courants qui parcourent C_1, C_2 et qui s'approchent

Fig. 116.



u point A, i'_1, i'_2 et i'_3 celles des courants qui parcourent C'_1, C'_2, C'_3 et qui s'éloignent de A. Nous allons démontrer que l'on a

$$i_1 + i_2 = i'_1 + i'_2 + i'_3.$$

'est la *première loi de Kirchhoff*.

Imaginons, en effet, une surface fermée entourant le point A et oupant tous les conducteurs; il ne peut pas y avoir accumulaion ou diminution d'électricité positive pour les portions des onducteurs qui se trouvent à l'intérieur de cette surface, comme ous l'avons vu; si donc on appelle dm_1, dm_2, dm'_1, dm'_2, dm'_3 les uantités d'électricité qui, pendant le temps dt, traversent cette urface sur les conducteurs C_1, C_2, C'_1, C'_2 et C'_3, on a

$$dm_1 + dm_2 = dm'_1 + dm'_2 + dm'_3.$$

ivisons par dt, il vient

$$\frac{dm_1}{dt} + \frac{dm_2}{dt} = \frac{dm'_1}{dt} + \frac{dm'_2}{dt} + \frac{dm'_3}{dt},$$

'est-à-dire

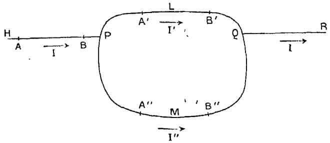
$$i_1 + i_2 = i'_1 + i'_2 + i'_3.$$

6. **Première loi d'Ohm. — Mesure relative de l'intensité des couants. — Résistance.** — Nous allons d'abord établir par expérience ue *la différence de potentiel qui existe aux deux extrémités l'un conducteur cylindrique homogène est proportionnelle à 'intensité du courant qui le traverse.*

Prenons d'abord, au moyen d'un électromètre à quadrants, la

cylindrique homogène traversé par un courant, en joignant respectivement par des fils métalliques de même nature les points A et B aux quadrants pairs et impairs. Répétons ensuite la même mesure avec deux autres points A′ et B′ du même conducteur traversé par le même courant; si la longueur du conducteur comprise entre A′ et B′ est la même que celle comprise entre A et B, on trouve la même différence de potentiel. Ainsi, pour des longueurs égales de conducteurs identiques traversés par le même courant, la différence de potentiel des extrémités est la même. Considérons maintenant un conducteur homogène bifurqué (*fig.* 117), les parties

Fig. 117.



dérivées PLQ, PMQ étant identiques comme nature et comme diamètre à la partie HP. Si nous désignons par I, I′ et I″ les intensités des courants qui passent dans HP, PLQ et PMQ, on a, d'après la première loi de Kirchhoff,

$$I = I' + I''. \tag{1}$$

Si nous prenons maintenant trois longueurs AB, A′B′ et A″B″ égales sur HP, PLQ et PMQ; et que nous mesurions les différences de potentiels V, V′ et V″ des extrémités de chacun de ces trois tronçons, nous trouverons qu'on a toujours

$$V = V' + V'', \tag{2}$$

quelles que soient les longueurs relatives des deux branches dérivées. Cette expérience nous montre, d'abord, que deux conducteurs homogènes cylindriques AB et A′B′, identiques comme nature, comme diamètres et comme longueurs, étant traversés par des courants d'intensités différentes ($I' < I$), possèdent à leurs extrémités des différences de potentiel qui ne sont pas les mêmes ($V' < V$), la différence de potentiel étant plus faible quand l'in-

ue l'intensité augmente, la différence de potentiel des extrémités 'un conducteur cylindrique homogène augmente aussi. En parti-ulier, on en conclut que si aux extrémités de deux conducteurs ylindriques homogènes et identiques on trouve des différences de otentiels égales, ces conducteurs sont traversés par des courants e même intensité.

Cette remarque faite, il est aisé de déduire de l'expérience i-dessus la première loi d'Ohm. Supposons, en effet, que l'on ait ris les deux branches dérivées PLQ et PMQ de longueurs égales ; ans ce cas, l'expérience montre qu'on a $V' = V''$; d'où nous oncluons à $I' = I''$, en vertu de ce que nous venons d'exposer. Les elations (1) et (2) deviennent dans ce cas

$$I = 2I'', \qquad V = 2V'',$$

'où

$$\frac{V}{V''} = \frac{I}{I''} = 2. \tag{3}$$

Ainsi, la loi est démontrée dans le cas où le rapport des inten-tés est 2.

Poursuivons; supposons qu'on ait donné à PMQ une longueur ouble de PLQ; dans ce cas, l'expérience prouve qu'on a

$$V' = 2V'',$$

'où, en vertu de (3),

$$I' = 2I'',$$

es relations (1) et (2) deviennent alors

$$I = 3I'', \qquad V = 3V'',$$

l'où

$$\frac{V}{V''} = \frac{I}{I''} = 3.$$

Ainsi la loi est démontrée quand le rapport des intensités des ourants est 3; et ainsi de suite, on démontrerait par le même aisonnement la loi quand le rapport des intensités est un nombre ntier n.

La proportionnalité démontrée dans le cas de rapports entiers 'étend au cas où le rapport est fractionnaire. Supposons, en ffet, que les intensités des deux courants soient dans le rapport $\frac{p}{q}$,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{p}{q}.$$

Supposons le même conducteur cylindrique homogène traversé par un courant d'intensité I égale à la fraction $\frac{1}{p}$ de I_1; on aura

$$I_1 = pI, \qquad I_2 = qI.$$

Si V, V_1 et V_2 sont les différences de potentiel que donnent les courants I, I_1 et I_2 aux extrémités de ce conducteur, on a, d'après ce qui précède,

$$V_1 = pV, \qquad V_2 = qV,$$

d'où

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p}{q} = \frac{I_1}{I_2}.$$

Enfin, on démontrerait par le raisonnement habituel que cette relation, restant vraie quels que soient p et q, est encore exacte quand le rapport des intensités est incommensurable.

La première loi d'Ohm permet de mesurer en valeur relative les intensités des courants : on met dans le circuit un fil cylindrique homogène; pour comparer les intensités de deux courants traversant le fil successivement, il suffit de mesurer la différence de potentiel à ses extrémités dans les deux cas.

Nous allons maintenant généraliser le résultat que nous venons d'obtenir et l'étendre au cas de conducteurs de forme quelconque.

Dans tout conducteur parcouru par un courant il existe des surfaces équipotentielles dont on peut déterminer expérimentalement la position. Il suffit, à cet effet, de mettre un point en communication avec une des paires de quadrants et de chercher, à l'aide d'un fil relié à l'autre paire, tous les points qui donnent même déviation de l'aiguille. On peut ainsi constater expérimentalement la forme des surfaces équipotentielles dans le cas d'un conducteur liquide, et, dans le cas d'un conducteur solide, la forme de la ligne d'intersection de la surface équipotentielle et de la surface du conducteur. Or on constate que la forme des surfaces équipotentielles ne dépend pas de l'intensité du courant.

Supposons un conducteur homogène P de forme quelconque

prenons deux points A et B du conducteur P et mesurons leur différence de potentiel V_1; mesurons de même la différence de potentiel V'_1 entre deux points A′ et B′ du fil Q. Changeons l'intensité du courant, les différences de potentiel entre les mêmes points que précédemment deviennent alors V_2 et V'_2. L'expérience montre que l'on a

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V'_1}{V'_2}.$$

Or nous avons vu qu'en appelant I_1 et I_2 les intensités des courants, on a

$$\frac{V'_1}{V'_2} = \frac{I_1}{I_2},$$

d'où

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_1}{I_2}.$$

La différence de potentiel entre deux points d'un conducteur homogène quelconque est proportionnelle à l'intensité du courant qui le traverse. C'est la première loi d'Ohm.

Cette loi ne s'applique que dans le cas des courants d'intensité constante : elle ne serait plus exacte à cause des phénomènes d'induction dans le cas de courants rapidement variables.

On a donc

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_3}{I_3} = \ldots.$$

Ce rapport constant s'appelle la *résistance* R de la portion du conducteur homogène limitée par les deux surfaces équipotentielles passant par les deux points considérés. La loi d'Ohm s'exprime donc par la relation

$$V = RI.$$

Si le conducteur n'est pas homogène ; si, par exemple, il est formé de métaux placés bout à bout, il faut considérer séparément chaque conducteur homogène; la résistance totale R est, par définition, la somme des résistances de chaque conducteur homogène.

7. **Deuxième loi d'Ohm. — Résistance d'un fil cylindrique homogène.** — La résistance d'un fil cylindrique homogène varie

d'Ohm régit ces variations.

La résistance d'un fil cylindrique homogène est proportionnelle à la longueur l du fil et inversement proportionnelle à sa section s. Désignons par ρ un coefficient de proportionnalité, dépendant de la nature du conducteur ; la deuxième loi s'exprime par la relation

$$R = \rho \frac{l}{s}. \tag{1}$$

Cette loi s'établit expérimentalement :

1° En mesurant la différence de potentiel entre les extrémités de longueurs différentes prises sur un même fil cylindrique homogène parcouru par un courant d'intensité constante ;

2° En mesurant la différence de potentiel aux extrémités de longueurs égales de deux conducteurs cylindriques de même substance, ayant des sections différentes, placés à la suite l'un de l'autre dans le même circuit.

La quantité ρ qui entre dans la relation (1) représente la résistance d'un conducteur ayant pour longueur l'unité et pour section l'unité. On l'appelle la *résistance spécifique* ou la *résistivité* de la substance qui constitue le conducteur.

La résistivité est très variable d'une substance à une autre ; l'argent et le cuivre présentent les plus faibles résistivités ; le fer, le plomb ont une résistivité 7 fois et 14 fois plus grande que l'argent et certains alliages 50 fois plus grande. Les liquides acides ou salins conduisent l'électricité, mais ont une résistivité en moyenne un million de fois plus grande que celle des métaux et qui augmente de plus en plus quand la quantité de sel ou d'acide dissoute dans l'eau diminue de plus en plus.

Plus on se rapproche des corps isolants et plus la résistivité est grande ; pour un corps parfaitement isolant la résistivité serait infinie.

8. **Loi de Joule.** — Tout conducteur traversé par un courant électrique s'échauffe : le courant crée de la chaleur dans le conducteur.

Pour ... à définir, d'une façon générale, la grandeur dési-

née sous le nom de *force électromotrice* qui figure dans la relation d'Ohm, il est nécessaire de connaître la relation qui donne la quantité de chaleur créée dans un conducteur par le passage du courant, c'est-à-dire de connaître la *loi de Joule*. Elle s'énonce ainsi :

L'énergie calorifique W [1] *créée par le passage du courant dans un conducteur est le produit de la résistance* R *de celui-ci par le carré de l'intensité du courant* I *et par le temps* T.

$$W = RI^2T.$$

Cette loi a été établie expérimentalement, à un facteur constant près, par Joule en plongeant dans un calorimètre des fils conducteurs de résistance connue traversés par des courants d'intensité connue en valeurs relatives.

On peut l'établir *a priori*, en s'appuyant sur les lois que nous connaissons déjà de la façon suivante :

Remarquons que, quelle que soit la cause qui produit le courant, la quantité d'énergie calorifique créée pour un même conducteur et une même intensité de courant doit être la même dans le même temps.

Pour trouver alors la relation cherchée en nous appuyant sur les lois déjà établies, supposons qu'un conducteur homogène relie les deux armatures d'un condensateur chargé. L'électricité positive s'écoule à travers le conducteur de l'armature au plus haut potentiel vers l'autre, en produisant un courant dont l'intensité I est donnée par

$$I = -\frac{dM}{dt},$$

M étant la charge de l'armature positive à l'époque t considérée. Choisissons un condensateur dont la capacité C est indépendante de la température ; alors :

1° L'excès de son énergie quand il est chargé sur son énergie

---

(1) Rappelons que l'énergie calorifique W est égale au produit par l'équivalent mécanique de la chaleur J du nombre q de calories correspondant :

$$W = Jq.$$

à l'état déchargé, les autres conditions restant les mêmes, est

$$\frac{1}{2}\frac{M^2}{C};$$

2° La décharge n'entraîne aucune création ou destruction d'énergie calorifique dans le condensateur (Chap. VI, n° 3).

A l'époque t, l'intensité du courant est liée à la différence de potentiel V des extrémités du conducteur, la même que celle des armatures, par la relation d'Ohm, si l'on suppose le courant assez lentement variable avec le temps pour négliger les phénomènes d'induction :

$$V = IR. \tag{3}$$

Or, pendant le temps dt, l'énergie électrique du condensateur varie de

$$d\left(\frac{1}{2}\frac{M^2}{C}\right) = \frac{M\,dM}{C} = V\,dM;$$

c'est une diminution d'énergie, puisque dM est négatif.

L'énergie du système restant constante, rien d'extérieur n'agissant sur lui par hypothèse, il faut qu'il y ait création d'une quantité égale d'une autre forme de l'énergie, qui ne peut être que l'énergie calorifique dW créée dans le fil; on a donc

$$dW = -V\,dM, \tag{4}$$

d'où, en vertu de (2) et de (3),

$$dW = IR.I\,dt = RI^2\,dt. \tag{5}$$

Ainsi, quelle que soit la cause qui produit le courant, la quantité d'énergie calorifique créée pendant un temps infiniment petit dt, est donnée par la relation (5). Si le courant conserve une intensité constante I pendant un temps T, l'intégration de la relation (5) donne

$$W = RI^2T,$$

ce qui est la relation de Joule.

On peut étendre aisément cette relation au cas de conducteurs hétérogènes : la somme des énergies calorifiques W créée dans les divers tronçons homogènes du conducteur est, d'après la rela-

précédente, donnée par

$$W = R_1 I^2 t + R_2 I^2 t + R_3 I^2 t + \ldots = R I^2 t,$$

nt la résistance totale, somme, par définition, des résistances $_2$, R_3, ... de chaque tronçon homogène.

Force électromotrice. — On comprend sous le nom général *tromoteur* tout système capable de mettre l'électricité en ement. Un électromoteur est traversé par une quantité d'élec- é à laquelle il communique une certaine quantité d'énergie, *rgie électrique du courant*. Cette énergie se transforme iellement en énergie calorifique dans les conducteurs con- ément à la loi de Joule; mais elle peut produire aussi d'autres . Par exemple, si le courant traverse un électrolyte (sel ou à l'état liquide) une partie de l'énergie du courant se trans- e en énergie chimique; si le courant traverse un moteur élec- e, une partie de l'énergie du courant est détruite pour fournir vail produit par le moteur.

st facile de disposer le circuit d'un électromoteur de façon cun de ces derniers phénomènes ne se produise et que, par quent, toute l'énergie fournie par l'électromoteur au courant nsforme en énergie calorifique, conformément à la loi de . On peut alors, en mesurant celle-ci au moyen d'un calori- e, connaître l'énergie $W = Jq$ (q nombres de calories recueil- ans le calorimètre et J équivalent mécanique de la chaleur) ie par l'électromoteur à la quantité M d'électricité qui l'a rsé. D'autre part, on peut mesurer facilement l'intensité du nt et le temps pendant lequel celui-ci a traversé le circuit de romoteur; on en déduit la quantité M.

trouve ainsi que, pour un électromoteur restant identique à ême et fonctionnant dans les mêmes conditions, *il existe un ort indépendant de l'intensité du courant entre l'énergie mmuniquée à la quantité d'électricité* M *qui l'a traversé te quantité d'électricité;* ce rapport constant $\frac{W}{M}$ s'appelle la *électromotrice* E de l'électromoteur

$$E = \frac{W}{M}.$$

électromoteurs différents ayant chacun leur force électromotrice propre. Si tous ces électromoteurs tendent à faire circuler dans le même sens l'électricité positive, on dit qu'ils sont *associés en tension;* dans ce cas, la force électromotrice totale du circuit est la somme arithmétique des forces électromotrices des divers électromoteurs. Mais il peut se faire que deux électromoteurs soient disposés dans le même circuit, de façon qu'ils tendent à faire circuler l'électricité positive en sens contraire; on dit alors qu'ils sont *associés en opposition.* Que ce soit une pile hydro-électrique ou thermo-électrique, que ce soit un électromoteur fondé sur l'induction, nous justifierons un peu plus loin (n° 12) la proposition suivante :

Si un électromoteur est traversé par un courant de sens inverse à celui qu'il tend à produire, il consomme une quantité de l'énergie du courant électrique égale à celle qu'il fournirait pour la même quantité d'électricité passant en sens inverse.

Tel est le cas d'un vase renfermant un électrolyte et deux électrodes traversés par le courant, qui constitue une véritable pile hydro-électrique dès que l'électrolyse a commencé; tel est le cas d'un moteur électromagnétique, qui est le siège d'un phénomène d'induction lorsqu'il est en activité et constitue un véritable électromoteur. Il résulte de là que deux électromoteurs de forces électromotrices E_1 et E_2, associés en opposition, équivalent, pour la force électromotrice, à un seul électromoteur doué d'une force électromotrice E égale à la différence des deux forces électromotrices E_1 et E_2 et dans le sens de la plus grande des deux.

En définitive, la force électromotrice totale dont un circuit est le siège est égale à la somme algébrique des forces électromotrices des électromoteurs traversés par le même courant en considérant comme positives les forces électromotrices qui tendent à produire un courant dans le sens même de celui qui les traverse et comme négatives les forces électromotrices qui tendent à produire un courant de sens inverse.

10. **Relation d'Ohm.** — Soient divers électromoteurs placés

s un même circuit fermé et traversés par un même courant stant; désignons par E_1, E_2, E_3. ... les forces électromotrices électromoteurs qui tendent à produire un courant dans le sens celui qui les traverse, et par E'_1, E'_2, E'_3, ... les forces électrotrices de ceux qui tendent à produire un courant de sens inverse.

.a force électromotrice totale E dans ce circuit fermé est donnée

$$E = (E_1 + E_2 + E_3 + \ldots) - (E'_1 + E'_2 + E'_3 + \ldots).$$

Écrivons, conformément au principe de la conservation de nergie, que l'énergie fournie par les premiers, pendant qu'une ntité M d'électricité a parcouru le circuit, est égale à la somme énergies consommées pendant le même temps par les autres ctromoteurs et de l'énergie transformée en énergie calorifique is les conducteurs selon la loi de Joule; nous aurons

$$E_1 M + E_2 M + E_3 M + \ldots = E'_1 M + E'_2 M + E'_3 M + \ldots + I^2 R t,$$

désignant par R la résistance totale du circuit fermé, par I l'insité du courant et par t le temps mis par la quantité M d'élecité à parcourir le circuit, d'où

$$M = I t.$$

On peut écrire la relation (2)

$$I^2 R t = [(E_1 + E_2 + E_3 + \ldots) - (E'_1 + E'_2 + E'_3 + \ldots)] M = EM,$$

ù, en simplifiant, en vertu de (3),

$$IR = E$$

$$I = \frac{E}{R}.$$

Telle est la *relation d'Ohm*.

11. Force électromotrice et différence de potentiel des pôles. Unité de force électromotrice. — Considérons le cas où un seul ctromoteur, de force électromotrice E, a ses pôles réunis par conducteur homogène C.

Désignons, dans ce cas, par V_1 et V_2 les potentiels des deux

pôles, que nous supposons de même nature, par r' la résistance du conducteur C, par r celle de l'électromoteur, de façon que la résistance totale du circuit est $r + r'$, et par I l'intensité du courant produit. En appliquant la loi d'Ohm au conducteur C, et la relation d'Ohm à tout le circuit, on obtient les deux relations

$$V_2 - V_1 = I r',$$
$$E = I(r + r'),$$

d'où, en divisant membre à membre,

$$\frac{V_2 - V_1}{E} = \frac{r'}{r + r'} = \frac{1}{1 + \frac{r}{r'}}.$$

On voit par là que la différence de potentiel des pôles réunis par un conducteur homogène est inférieure à la force électromotrice de l'électromoteur. Mais si la résistance r' de ce conducteur augmente de plus en plus jusqu'à l'infini, $V_2 - V_1$ se rapproche indéfiniment de la valeur de la force électromotrice E. Si l'électromoteur est en circuit ouvert, c'est-à-dire en état d'équilibre électrique, on peut considérer que ses pôles sont réunis par l'air, c'est-à-dire par un conducteur de résistance r' infinie, et la relation ci-dessus donne alors

$$V_2 - V_1 = E.$$

Ainsi la force électromotrice d'une pile ou d'un électromoteur quelconque est égale à la différence de potentiels de ses pôles (de même nature) dans l'état d'équilibre électrique. On voit que la définition que nous avons donnée au début de ce Cours de la force électromotrice d'une pile est bien d'accord avec la définition générale.

On voit aussi que, pour que plusieurs électromoteurs soient associés en tension, il faut qu'ils soient réunis par leurs pôles de noms contraires; que, pour que deux électromoteurs soient en opposition, il faut qu'ils soient réunis par leur pôle de même nom. On voit enfin comment, au moyen d'un électromètre, on peut mesurer la force électromotrice d'un électromoteur quelconque.

D'après ce qui précède, les forces électromotrices se mesurent

les mêmes unités que les différences de potentiel. On ie le plus souvent pour mesurer ces grandeurs une unité, *lt,* dont la définition sera donnée dans le Cours d'électro-iétisme, mais qui est presque exactement égale à $\frac{1}{300}$ d'unité .S. électrostatique de différences de potentiel. C'est à peu la force électromotrice d'un élément Volta (zinc, eau acidu-t cuivre).

. **Vérification expérimentale de la relation d'Ohm.** — L'élec-ètre permet, comme nous venons de le voir, de mesurer aisé-, la force électromotrice d'une pile ou d'un électromoteur conque. Il permet également la mesure en valeur relative de la tance de conducteurs homogènes ainsi que celle des intensités urant (n° 6). On peut donc, en faisant varier d'une façon con-la résistance extérieure à un électromoteur et mesurant l'in-té du courant qu'il produit, vérifier l'exactitude de la rela-d'Ohm. Cette vérification a été faite un nombre considérable ois, et l'on peut dire que la concordance d'une foule de me-s que l'on fait journellement en prouve surabondamment ctitude.

est du reste la vérification expérimentale de la relation d'Ohm montre que la force électromotrice d'un électromoteur est pendante de l'intensité du courant qui le traverse. Nous avons osé au n° 9 qu'une expérience directe établissait cette pro-té; cette expérience est certainement possible, mais, en réa-elle n'a probablement jamais été faite, la vérification facile relation d'Ohm suffisant à l'établir. C'est aussi la vérification relation d'Ohm, dans le cas d'électromoteurs en opposition, montre l'exactitude de la proposition énoncée plus haut (n° 9) l'énergie consommée par un électromoteur traversé par un ant de sens inverse à celui qu'il tend à produire.

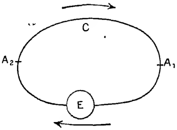
3. **Relation d'Ohm en circuit ouvert.** — Considérons une por-de circuit non bifurqué dont les extrémités A_1 et A_2, que s supposerons de même nature, présentent des potentiels V_1 V_2, qui est le siège d'une force électromotrice E, et qui est couru par un courant constant d'intensité I dû à une cause conque, comme cela peut avoir lieu si le circuit considéré est

en A_1 et A_2 en communication avec d'autres conducteurs, siège ou non de forces électromotrices, dont l'ensemble constitue un ou plusieurs circuits fermés.

Si l'intensité I du courant qui parcourt A_1A_2, la résistance R de ce circuit ouvert et la force électromotrice E dont il est le siège sont déterminées, il en sera de même de la différence de potentiel $V_1 - V_2$ de ses extrémités A_1 et A_2, quelles que soient les conditions du reste du réseau de conducteurs dont A_1A_2 fait partie. Pour trouver la relation qui existe entre les quatre grandeurs que nous venons d'indiquer, il suffit de se placer dans un cas particulier quelconque.

Pour plus de simplicité, nous choisirons d'abord le cas où les extrémités A_1 et A_2 sont réunies par un conducteur homogène C (*fig.* 120) de même nature qu'elles et de résistance R′, de façon

Fig. 120.



que l'ensemble forme un circuit unique non bifurqué. En appliquant la loi d'Ohm au conducteur C′, la relation d'Ohm à tout le circuit fermé, et en choisissant les indices 1 et 2 de façon que le courant aille de A_1 à A_2 dans le circuit qui renferme la force électromotrice, on a

$$V_2 - V_1 = IR' \qquad \text{et} \qquad I(R + R') = E.$$

On tire de ces deux relations

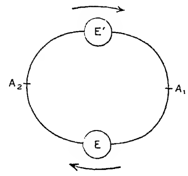
$$(1) \qquad IR = E + V_1 - V_2;$$

telle est la relation cherchée, dans le cas où le courant qui parcourt le circuit ouvert considéré est dans le sens où tend à le produire la force électromotrice qui s'y trouve.

Nous allons généraliser cette relation en considérant le cas inverse. Pour cela, supposons que les extrémités A_1 et A_2 du circuit considéré soient reliées par un autre circuit C non bifurqué

E' est plus grande qu'elle, de
que le courant aille encore de A_1 à A_2 à travers le circuit

Fig. 121.



déré; ce courant est, dans le circuit C, du sens de celui que à produire E', et, par conséquent, dans le circuit considéré ns inverse à celui que tend à produire E. On peut appliquer cuit C la relation (1), ce qui donne

$$IR' = E' + V_2 - V_1,$$

appliquant la relation d'Ohm à la totalité du circuit fermé, tient

$$I(R + R') = E' - E \qquad \text{ou} \qquad IR' = E' - E - IR.$$

bstituant dans (2) et simplifiant, il vient

$$-E - IR = V_2 - V_1 \qquad \text{ou} \qquad IR = -E + V_1 - V_2.$$

relation (4) ne diffère de la relation (1) que par le signe de E. eut donc conserver dans tous les cas la relation (1), en con- t de considérer comme positive la force électromotrice, si end à produire le courant dans le sens où il circule, et comme ve dans le cas inverse, V_1 représentant toujours le potentiel xtrémité d'où part le courant, et V_2 celui de l'extrémité où ive.

st facile de voir qu'on peut encore appliquer la relation (1) nsidérant comme positive la force électromotrice si elle tend e aller le courant de A_1 en A_2, et comme négative dans le nverse, à condition de considérer comme positive l'intensité

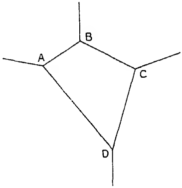
marche en sens inverse.

Rappelons que la relation (1) n'est exacte, en toute rigueur, que si les extrémités A_1 et A_2 sont de même nature; on peut se le rappeler facilement, en remarquant que cette relation est applicable au cas d'un conducteur ne contenant pas de force électromotrice et en équilibre électrique, en faisant $E = 0$ et $I = 0$ et qu'elle donne alors $V_1 = V_2$, ce qui n'est exact, comme nous le savons, que si les extrémités A_1 et A_2 sont de même nature. Ainsi un conducteur formé par un fil de cuivre soudé à un fil de zinc en équilibre électrique est le siège d'une force électromotrice extrêmement faible (*voir* Chap. XII, n° 11), tandis que ses extrémités présentent une différence de potentiel notable.

14. **Lois de Kirchhoff.** — Les lois de Kirchhoff permettent de résoudre le problème de la distribution des courants dans un circuit quelconque, sous la condition que ces courants soient constants ou assez lentement variables pour que les phénomènes d'induction soient négligeables. Ces lois sont au nombre de deux.

Première loi. — La somme des intensités i des courants qui

Fig. 122.



se dirigent vers le point de concours de plusieurs conducteurs est égale à la somme des intensités i' des courants qui s'en éloignent :

$$\sum i = \sum i'. \tag{1}$$

Cette relation a été établie plus haut (n° 5).

Deuxième loi. — Considérons un circuit fermé ABCD (*fig.* 122)

s de jonction A, B, C, D et contenant ou non des forces omotrices. Nous supposons d'abord que tous les sommets C, D sont formés par une même substance conductrice. On alors appliquer à chaque tronçon la relation précédemment e

$$V_1 - V_2 + E = IR,$$

enant, bien entendu, comme positif un certain sens pour tensités et les forces électromotrices : celui, par exemple, ouvement des aiguilles d'une montre ; on obtient

$$V_A - V_B + E_1 = I_1 R_1,$$
$$V_B - V_C + E_2 = I_2 R_2,$$
$$V_C - V_D + E_3 = I_3 R_3,$$
$$V_D - V_A + E_4 = I_4 R_4.$$

faisant la somme, il vient

$$\sum E = \sum IR.$$

us avons supposé que, aux différents points A, B, C, D, il t la même substance conductrice ; si cette condition n'était pas ie, la relation (2) serait encore exacte. En effet. si l'on rempla- es substances qui existent aux points de jonction A, B, C, D bouton de cuivre, par exemple, on ne changerait ni la valeur E, ni la valeur des résistances, ni la valeur des intensités de ts, et l'on retomberait dans le cas où la relation (2) a été ntrée.

si, *dans un circuit fermé quelconque la somme algé- e des forces électromotrices est égale à la somme des its de l'intensité par la résistance pour chaque région rcuit.* C'est la seconde loi de Kirchhoff.

deux lois de Kirchhoff sont d'une application continuelle.

Application des lois précédentes aux courants fournis par les. — Résistance d'un élément de pile. — Considérons un lément de pile de force électromotrice E, de résistance inté- r, dont les pôles sont réunis par un conducteur sans force

$$I = \frac{E}{r + r'}. \tag{1}$$

La force électromotrice E de l'élément de pile ne dépend pas, comme nous l'avons vu (Chap. II, n° 10), de ses dimensions géométriques, mais seulement de la nature des conducteurs qui la constituent. Mais la résistance r de la pile, qui figure au dénominateur de l'expression de l'intensité, dépend des dimensions géométriques : plus la résistance de l'élément sera faible, plus le courant fourni, les autres conditions restant les mêmes, sera intense.

Nous sommes donc amenés à chercher de quoi dépend la résistance d'un élément de pile. Les métaux ou, plus généralement, les conducteurs solides qui entrent dans la constitution de l'élément ont presque toujours une résistance négligeable vis-à-vis des liquides électrolytiques qui séparent les électrodes, à cause de la grande résistivité de ces derniers. Or, le liquide qui sépare les électrodes a une résistance d'autant plus faible que sa longueur prise dans le sens du courant, c'est-à-dire la distance des électrodes, est plus faible et que sa section moyenne est plus grande; celle-ci est, du reste, sensiblement égale à la moyenne des surfaces en regard des électrodes baignées par le liquide. Ainsi, pour avoir un élément de faible résistance, il faut le constituer par de larges électrodes rapprochées.

La nature du liquide électrolytique a non seulement une influence sur la force électromotrice, mais encore sur la résistance. Les dissolutions acides ont, en général, une résistivité plus faible que les dissolutions salines et, au point de vue de la résistance, sont préférables.

Quand on associe en tension n éléments identiques de force électromotrice E et de résistance r, on obtient une pile qui, comme nous l'avons vu (Chap. II, n° 10), a une force électromotrice égale à nE; d'autre part, sa résistance est égale à nr; si nous continuons à désigner par r' la résistance du conducteur dépourvu de force électromotrice qui réunit les deux pôles, la relation d'Ohm

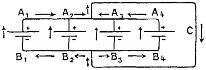
$$I = \frac{nE}{nr + r'}.$$

'intensité va en croissant avec le nombre n des éléments. Si la stance r d'un élément est très petite vis-à-vis de r', de façon nr soit négligeable devant r' (ce qui est, par exemple, le des courants télégraphiques), on a sensiblement I propor- nel à n; mais, si, au contraire, r' est assez petit vis-à-vis pour que r' soit négligeable devant nr, on voit que l'in- ité est sensiblement égale à $\frac{E}{r}$, quel que soit le nombre des élé- ıts.

n autre mode d'association des éléments de pile consiste à nir entre eux tous les pôles de même nom; la pièce métallique réunit tous les pôles positifs est alors le pôle positif de l'en- ble, et celle qui réunit tous les pôles négatifs en est le pôle atif; les éléments, dans ce cas, sont dits associés *en quantité n batterie* (*fig.* 123).

upposons tous les éléments, au nombre de n, identiques comme

Fig. 123.



stance r et force électromotrice E, et que leurs pôles soient nis par des conducteurs $A_1A_2A_3A_4$ et $B_1B_2B_3B_4$ de ré- ance négligeable devant la résistance r d'un élément et la stance r' du conducteur sans force électromotrice qui réunit pôles. Considérons le circuit fermé constitué par deux élé- ıts, par exemple le circuit $A_1A_2B_2B_1A_1$; la deuxième loi de chhoff nous donne, en désignant par i_1 et i_2 les intensités des rants qui traversent les deux éléments

$$i_1 r + i_2 r = E - E = 0;$$

ı

$$i_1 + i_2 = 0 \qquad \text{ou} \qquad i_2 = -i_1.$$

i, dans ces deux éléments, les intensités sont égales, mais de contraire par rapport au circuit fermé constitué par leur en-

intensité i et va du pôle négatif au pôle positif à l'intérieur de l'élément. D'après la première loi de Kirchhoff, l'intensité du courant I qui circule dans le conducteur C du pôle positif au pôle négatif de la pile est donnée par

$$(3) \qquad I = ni.$$

La seconde loi de Kirchhoff appliquée au circuit fermé constitué par un seul élément et par le conducteur C donne alors

$$ir + Ir' = E;$$

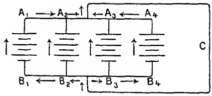
d'où, en vertu de (3),

$$(4) \qquad I\left(\frac{r}{n} + r'\right) = E, \qquad \text{ou} \qquad I = \frac{E}{\frac{r}{n} + r'}.$$

On voit que l'intensité du courant dans le conducteur C est la même qu'avec un seul élément dont la résistance serait la $n^{\text{ième}}$ partie de la résistance des éléments employés. Cette disposition est la plus convenable quand la résistance des éléments qu'on possède est grande vis-à-vis de la résistance extérieure r'. On voit que, si r' est négligeable devant $\frac{r}{n}$, l'intensité I est proportionnelle au nombre n des éléments disposés en batterie.

Enfin on peut employer une disposition mixte ; on peut former

Fig. 124.



p piles contenant chacune q éléments disposés en tension et réunir ces p piles en batterie (*fig.* 124).

On voit immédiatement qu'avec les notations précédentes et les mêmes réserves, l'intensité I du courant produit dans le conduc-

$$I = \frac{qE}{\frac{qr}{p} + r'} = \frac{pqE}{qr + pr'}.$$

'on dispose d'un nombre n d'éléments identiques pouvant, férentes façons, être considérés comme le produit de deux res entiers p et q, on peut se demander quel est le mode roupement qui fournira, dans un conducteur de résis- donnée r', le courant le plus intense. D'après la re- (5), on voit qu'il faut rendre minimum la somme $qr + pr'$ ix termes dont le produit $pqrr' = nrr'$ est constant; ce ré- est donc atteint en prenant

$$qr = pr'$$

$$pq = n,$$

out au moins, en déterminant les entiers p et q de façon à procher le plus possible des solutions, en général, fraction- des deux équations (6) et (7). Il arrive très souvent, du qu'on trouve que p ou q doivent être pris égaux à l'unité, -dire que les éléments doivent être groupés tous en batterie is en tension.

oique nous ayons pris, comme exemple, les éléments de l va sans dire que les relations et les règles que nous venons quer pour les groupements s'appliquent à tout système tromoteurs identiques entre eux, quelle qu'en soit la nature.

CHAPITRE XII.

THERMO-ÉLECTRICITÉ.

1. **De la loi des tensions de Volta. — Force électromotrice thermo-électrique.** — D'après la loi des tensions de Volta (Chap. II, n° 12), dans une chaîne formée uniquement de métaux [1] et dont les extrémités sont de même nature, les potentiels de ces extrémités sont égaux, si la température est uniforme : la force électromotrice totale de cette chaîne est nulle. Par suite, si l'on réunit les métaux extrêmes de façon à former un circuit fermé, il n'y a pas de courant.

Les électromètres à quadrants permettent de vérifier l'égalité des potentiels aux deux extrémités à $\frac{1}{100}$ de volt près; avec l'électromètre capillaire de M. Lippmann, on vérifie la loi à $\frac{1}{10000}$ de volt près. Le galvanomètre, en montrant l'absence de courant, permet une vérification plus précise encore, qui dépasse le millionième de volt.

La loi de Volta peut, d'ailleurs, être déduite du deuxième principe de la Thermodynamique. Supposons, en effet, que les extrémités de la chaîne, quoique étant de même substance, présentent une différence de potentiel, c'est-à-dire que la chaîne possède une force électromotrice; en fermant le circuit sur un moteur électrique, et maintenant le tout à température constante au moyen d'une seule source à température t, on obtiendrait du travail; le système constituerait ainsi un moteur thermique n'empruntant ou

---

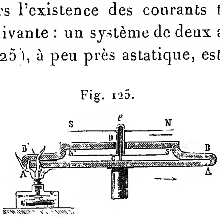
(1) Rappelons que, sous le nom abrégé de *métal*, nous désignons ici et dans ce qui va suivre non seulement les métaux proprement dits à l'état solide ou liquide, mais encore leurs alliages et, d'une façon plus générale, les solides doués d'une faible résistivité, tels que certains sulfures métalliques.

e fournissant de chaleur qu'à une seule source ou à plusieurs la même température et produisant du travail, tout en restant nstamment identique à lui-même, ce qui est exactement con- ire au principe de Carnot-Clausius.

Mais, si les différentes parties d'un circuit fermé constitué par vers métaux ne sont pas à la même température, il peut y avoir ourant électrique, sans qu'il y ait contradiction avec le principe e Carnot-Clausius. Ces courants se produisent effectivement dans s conditions, en général, et portent le nom de *courants thermo- ectriques*. Ils ont été découverts, en 1821, par Seebeck. Aussi ppelle-t-on *pile thermo-électrique* une chaîne de divers métaux rminés par des métaux de même nature qui en sont les pôles.

Les courants thermo-électriques sont dus à des forces électro- otrices extrêmement faibles, $\frac{1}{10\,000}$ et même $\frac{1}{100\,000}$ de volt; mais, les faisant agir dans un circuit de très faible résistance, on peut éanmoins obtenir une intensité de courant suffisante pour les ettre en évidence au moyen d'un galvanomètre. On montre sou- ent dans les cours l'existence des courants thermo-électriques ar l'expérience suivante : un système de deux aiguilles aimantées S et N′S′ (*fig.* 125), à peu près astatique, est mobile sur pivot;

Fig. 125.

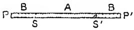


une de ces aiguilles N′S′ est placée au centre d'un cadre rectan- ulaire formé d'une lame de cuivre et d'un barreau de bismuth; le stème des aiguilles primitivement placé dans le plan du cadre t dévié de cette position lorsque l'on chauffe l'une des soudures n laissant l'autre à la température ordinaire; ce qui indique u'un courant circule dans le circuit fermé constitué par les deux étaux.

2. **Élément de pile thermo-électrique**. — On appelle *élément*

de pile thermo-électrique ou *couple thermo-électrique* le système constitué par un métal A (*fig.* 126), relié par ses extrémités à deux pièces d'un même métal B différent de A; on appelle *soudures* les contacts S et S′ des deux métaux A et B, quand même ces métaux ne seraient qu'appuyés l'un sur l'autre. Nous appellerons, enfin, *pôle de l'élément* les extrémités P et P′ du métal B, et nous

Fig. 126.



supposerons toujours que ces deux pôles ont la même température. Ce n'est qu'à la condition de donner aux deux soudures des températures différentes, comme il ressortira des lois établies plus loin, que l'élément possède une force électromotrice différente de zéro.

Nous ferons d'abord l'étude de la force électromotrice d'un élément; nous verrons ensuite la façon simple d'obtenir plusieurs éléments identiques associés en tension.

3. **Loi de Magnus.** — Si les deux extrémités à la même température d'un métal homogène au point de vue de la substance et au point de vue physique (écrouissage, recuit) sont réunies aux bornes d'un galvanomètre, celui-ci ne décèle aucun courant, *quelles que soient les températures des divers points du métal.* Tel est le fait expérimental découvert par le physicien allemand Magnus.

Il résulte de là que les extrémités à même température du métal homogène sont toujours au même potentiel dans l'état d'équilibre électrique, quelles que soient les températures intermédiaires; mais il n'en résulte pas que deux points du métal à des températures différentes sont au même potentiel dans l'état d'équilibre. En tout cas, on ne fait aucune hypothèse, en admettant la possibilité d'une différence de potentiel entre deux points A_T et A_t du métal aux températures différentes T et t, différence de potentiel que nous représenterons par le symbole $A_T | A_t$, conformément à l'usage indiqué plus haut (Chap. II, n° 9).

Remarquons que, si nous prenons entre les points extrêmes du métal A_t et A'_t à la même température t un point A_T à la température T, on a, d'après le fait expérimental trouvé par Magnus,

$$(1) \qquad A_t \mid A_T + A_T \mid A'_t = 0 \qquad \text{ou} \qquad A_t \mid A_T = -A_T \mid A'_t.$$

Cette relation subsistant si l'on modifie la distribution des températures entre A_t et A_T, sans modifier les températures des points A_t et A_T, et quand même on ne modifie pas les températures entre A_T et A'_t, ce qui assure la constance de $A_T \mid A'_t$, on voit par la relation (1) que $A_t \mid A_T$ est indépendant de ces modifications de température; d'où la *loi de Magnus* qui peut s'énoncer ainsi :

La différence de potentiel $A_t \mid A_T$ entre deux points d'un même métal ne dépend que des températures t et T de ces deux points et non des températures des points intermédiaires.

Considérons entre les points A_t et A_T d'un même métal un autre point A_θ à une température différente de t et de T; on a identiquement

$$(2) \qquad A_t \mid A_\theta + A_\theta \mid A_T = A_t \mid A_T.$$

Or, d'après la loi de Magnus, chacun des trois termes de cette expression ne dépend que des températures indiquées et du métal. La relation (2) est donc générale et représente la loi de Magnus.

4. **Lois de la thermo-électricité.** — Toutes les lois de la thermo-électricité peuvent se déduire des lois simples de Volta et de Magnus. Rappelons que la première de ces lois s'exprime par la relation

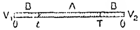
$$(1) \qquad A_t \mid B_t + B_t \mid C_t = A_t \mid C_t,$$

A_t, B_t, C_t représentant trois métaux différents à la même température t; la seconde de ces lois est exprimée par la relation (2) du paragraphe précédent.

Appelons, dans l'état d'équilibre électrique, V_1 et V_2 les potentiels des pôles d'un élément de pile thermo-électrique composé

de métaux B et A dont les soudures sont à des températures T et t, et les pôles à une même température θ (*fig.* 127);

Fig. 127.



On a identiquement

$$V_1 + B_\theta \mid B_t + B_t \mid A_t + A_t \mid A_T + A_T \mid B_T + B_T \mid B_\theta = V_2,$$

d'où, pour la force électromotrice $(E_{BA})_t^T$ de cet élément

$$(E_{BA})_t^T = V_2 - V_1 = B_\theta \mid B_t + B_t \mid A_t + A_t \mid A_T + A_T \mid B_T + B_T \mid B_\theta.$$

Mais, en vertu de la loi de Magnus

$$B_T \mid B_\theta + B_\theta \mid B_t = B_T \mid B_t,$$

d'où

$$(2) \qquad (E_{BA})_t^T = B_t \mid A_t + A_t \mid A_T + A_T \mid B_T + B_T \mid B_t,$$

expression qui montre que la force électromotrice est indépendante de la température commune θ des deux pôles, qu'elle ne dépend que des deux métaux A et B et des températures T et t des soudures, et qu'enfin elle devient nulle si les températures des soudures sont égales, quand même il y aurait des inégalités de température dans les différentes parties de l'élément, puisque $A_T \mid A_T = 0$, $B_T \mid B_T = 0$, et que $B_T \mid A_T = - A_T \mid B_T$.

Remarquons que, d'après son expression (2), la force électromotrice $(E_{BA})_t^T$ est affectée d'un signe, lequel change si l'on permute les lettres A et B ou les indices T et t,

$$(E_{AB})_t^T = -(E_{BA})_t^T,$$
$$(E_{BA})_t^T = -(E_{BA})_T^t.$$

Les lois que nous allons déduire des deux lois fondamentales de Volta et de Magnus, en nous appuyant sur la relation (2), ont été trouvées expérimentalement par le physicien français Edmond Becquerel.

1° *Lois des métaux intermédiaires.* — Supposons qu'on

troisième métal C, à la même température que A et B ; on ne modifie pas la force électromotrice de la pile thermo-électrique. En effet, l'excès de potentiel, en état d'équilibre électrique, de B sur A, qui était $A_t | B_t$, devient maintenant $A_t | C_t + C_t | B_t$; mais, en vertu de la loi de Volta, cette somme est égale précisément à $A_t | B_t$: donc rien n'est modifié pour l'excès de potentiel de B sur A, ni, par conséquent, pour l'excès de potentiel en l'état d'équilibre d'un des pôles de la pile sur l'autre, c'est-à-dire pour la force électromotrice de la pile.

Cette loi est précieuse, en ce qu'elle permet de réunir deux métaux par une soudure faite avec un troisième métal sans modifier la force électromotrice.

2° *Lois des métaux successifs.* — Considérons trois éléments que l'on peut former en associant deux à deux trois métaux différents, A, B et C; on a

$$(E_{AB})_t^T + (E_{BC})_t^T = (E_{AC})_t^T.$$

En effet,

$$(E_{AB})_t^T = A_t | B_t + B_t | B_T + B_T | A_T + A_T | A_t,$$
$$(E_{BC})_t^T = B_t | C_t + C_t | C_T + C_T | B_T + B_T | B_t ;$$

ajoutons membre à membre

$$\begin{aligned}(E_{AB})_t^T + (E_{BC})_t^T = A_t | B_t &+ B_t | C_t \\ + B_t | B_T &+ B_T | B_t \\ + B_T | A_T &+ C_T | B_T \\ + A_T | A_t &+ C_t | C_T,\end{aligned}$$

et, en remplaçant les trois premiers binomes d'après les relations (2, n° 3, et 1, n° 4) fournies par les lois de Magnus et de Volta :

$$\begin{aligned}(E_{AB})_t^T + (E_{BC})_t^T &= A_t | C_t \\ &+ 0 \\ &+ C_T | A_T \\ &+ A_T | A_t + C_t | C_T = (E_{AC})_t^T.\end{aligned}$$

Cette loi conduit à l'importante remarque suivante : il n'y a pas besoin d'étudier tous les éléments formés par la combinaison de deux métaux quelconques; il suffit d'étudier tous les éléments

formés par un métal fixe avec tous les autres métaux; la loi précédente permet de déduire de cette étude la force électromotrice d'un élément formé par deux métaux quelconques.

Le métal choisi comme terme de comparaison est le plomb; il a la propriété de ne pas s'écrouir; c'est peut-être le seul métal qui ait toujours les mêmes propriétés pour une même température, quelles que soient les températures par lesquelles il ait passé.

3° *Loi des températures successives.* — La force électromotrice d'un élément entre les températures T et t est la somme des forces électromotrices du même élément pris successivement entre les températures t, θ et θ, T.

$$(E_{AB})_t^\theta + (E_{AB})_\theta^T = (E_{AB})_t^T.$$

La démonstration de cette dernière loi est tout à fait semblable à la précédente. Nous allons en voir l'utilité.

5. **Pouvoirs thermo-électriques. — Point neutre. — Température d'inversion.** — Si on laisse fixe l'une des températures t et que l'on fasse varier l'autre, T, la force électromotrice de l'élément varie : elle est fonction de T. Si T augmente d'une quantité infiniment petite dT, la force électromotrice s'accroît de $dE = \frac{dE}{dT}\,dT$. Cette quantité dE est, d'après la loi des températures successives, la force électromotrice du couple entre les températures T et T + dT. On a, en effet,

$$E_t^T + E_T^{T+dT} = E_t^{T+dT};$$

d'où :

$$dE = E_t^{T+dT} - E_t^T = E_T^{T+dT}.$$

La quantité $\frac{dE}{dT}$ est appelée le *pouvoir thermo-électrique* p_{AB} du couple. La relation qui exprime la loi des métaux successifs donne, si l'on prend la dérivée des deux membres

$$p_{AB} + p_{BC} = p_{AC};$$

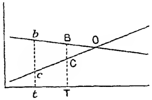
la loi des métaux successifs s'applique donc également aux pouvoirs thermo-électriques.

D'après les recherches d'Avenarius et de Tait, les pouvoirs

hermo-électriques sont des fonctions linéaires de la température
bsolue, dans des limites très étendues, entre 0° et 400° au moins.
Si donc on représente graphiquement les résultats, en portant en
bscisse la température et en ordonnée le pouvoir thermo-électrique
d'un métal quelconque par rapport au plomb, on obtient une ligne
droite.

Considérons les lignes représentatives des pouvoirs thermo-électriques de deux métaux B et C par rapport au plomb (*fig.* 128) :

Fig. 128.



la relation des métaux successifs montre que, pour avoir le pouvoir thermo-électrique de ces deux métaux à la température t, il suffit de prendre la différence bc des ordonnées des deux droites correspondant à l'abscisse t. On peut facilement déduire de cette représentation la force électromotrice du couple BC entre deux températures t et T ; on a, en effet :

$$dE = \mathrm{p}\, dT\,;$$

intégrant entre t et T, on a

$$(E)_t^T = \int_t^T \mathrm{p}\, dT,$$

ce qui est précisément égal à l'aire du trapèze $bBCc$: on a donc finalement

$$(E)_t^T = (T - t)\,\mathrm{p}_{\frac{T+t}{2}}.$$

C'est-à-dire que la force électromotrice d'un couple dont les soudures sont aux températures T et t est égale au produit de la différence $(T - t)$ de ces températures par le pouvoir thermo-électrique $\mathrm{p}_{\frac{T+t}{2}}$ correspondant à la moyenne arithmétique $\frac{T+t}{2}$ des températures.

L'inspection de la *fig.* 128 montre que, si la température T de la

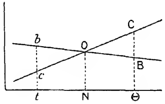
en augmentant jusqu'à la température qui correspond au point de rencontre O des deux droites appelé *point neutre;* au delà, l'aire qui mesure la force électromotrice va en diminuant, car les régions situées de part et d'autre du point O doivent être prises avec des signes contraires. Ainsi la force électromotrice passe par un maximum lorsque la température de la source chaude passe par la température T_n du point neutre.

On voit que la température de la soudure chaude qui donne le maximum de force électromotrice est indépendante de la température de la soudure froide.

C'est Edmond Becquerel qui a constaté expérimentalement et établi les propriétés du point neutre.

La température T de la soudure chaude continuant à croître, il arrive un moment où l'aire négative BOC (*fig.* 129) est égale à

Fig. 129.



l'aire positive *boc* en valeur absolue : la force électromotrice du couple est alors nulle. Au delà, l'aire négative l'emporte, la force électromotrice change de signe, et si l'élément est seul à produire le courant celui-ci change de sens.

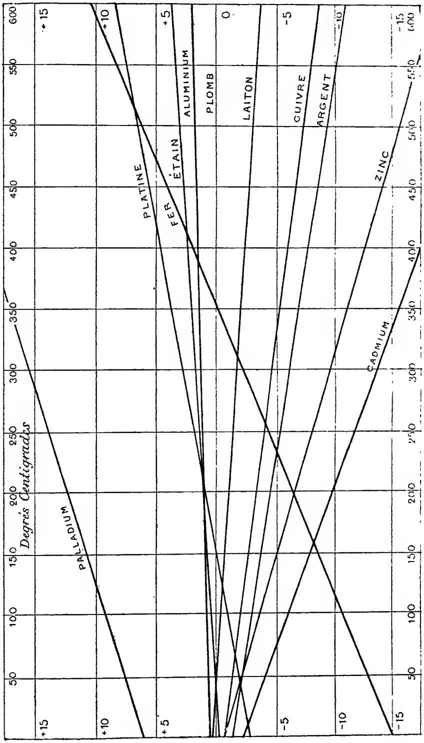
La température Θ de la soudure chaude pour laquelle la force électromotrice du couple devient nulle a été appelée par Becquerel *température d'inversion*. On voit qu'elle dépend de la température t de la soudure froide, et que la température N du point neutre est la moyenne arithmétique de Θ et de t.

La *fig.* 130 donne les lignes représentatives des pouvoirs thermo-électriques des divers métaux par rapport au plomb en employant le microvolt comme unité de force électromotrice et le degré centigrade.

La force électromotrice d'une pile thermo-électrique pour de faibles différences de température des soudures est sensiblement proportionnelle à cette différence.

La table suivante représente en microvolts la force électromotrice pour un degré de différence de température des soudures,

Fig. 130.



aux environs de 20°, d'un couple plomb-métal, c'est-à-dire le pouvoir thermo-électrique à 20°.

Table des pouvoirs thermo-électriques des métaux par rapport au plomb, à une température moyenne de 20°. (Les pouvoirs thermo-électriques sont exprimés en microvolts par degré centigrade.)
(D'après Matthiessen.)

Bismuth pur en fil	89
Cobalt	22
Maillechort	11,75
Mercure	0,418
Plomb	0
Étain	− 0,1
Platine	− 0,9
Or	− 1,2
Argent	− 3
Zinc	− 3,7
Cuivre galvanoplastique	− 3,8
Fer	− 17,50
Antimoine cristallisé (direction de l'axe)	− 22,6
Antimoine cristallisé (direction perpendiculaire à l'axe)	− 26,4
Sélénium	−807

Si l'on forme un couple avec deux métaux quelconques de cette liste, le courant qu'il produit, pour une faible différence de température des soudures, va du métal situé le plus haut au métal situé le plus bas dans la liste à travers la soudure chaude.

En exceptant le sélénium, qui conduit assez mal l'électricité, on voit que le couple qui donne la plus grande force électromotrice est le couple bismuth-antimoine; mais avec les métaux communs, le cuivre et le fer, on obtient déjà de bons résultats.

6. Association en tension des éléments thermo-électriques. — Pour avoir une série d'éléments thermo-électriques identiques associés en tension, il suffit de souder bout à bout alternativement

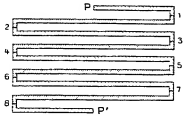
Fig. 131.

un métal A et un métal B, en terminant la chaîne par deux métaux de même nature, et de porter les soudures impaires à une même température t et les soudures paires à une autre même température T (*fig.* 131).

En effet, si, par la pensée, on coupe les métaux de même nature ne les pôles P, P′ aux points où ils sont à la même température θ ne ceux-ci, on divise la chaîne en éléments identiques comme ce électromotrice, le pôle positif d'un élément communiquant ec le pôle négatif du suivant, ce qui constitue bien la disposi- on en tension.

Pour porter plus facilement les soudures de même parité à une ême température, on dispose, en général, la chaîne en zigzag,

Fig. 132.



e façon que les soudures de même parité soient tournées d'un ême côté (*fig*. 132).

7. **Usage des piles thermo-électriques**. — Le principal usage des les thermo-électriques est leur emploi comme thermomètres fférentiels. Un simple couple fer-cuivre, formé en tordant en- emble les extrémités des fils de ces métaux, donne des courants esurables pour une différence de $\frac{1}{200}$ de degré entre les soudures.

On peut donner à la soudure de deux fils la forme d'une fine guille, occupant très peu de place et pouvant ainsi être intro- uite dans les tissus des animaux pour les recherches physiolo- ques.

La pile de Nobili, destinée à l'étude de la chaleur rayonnante, est onstituée par des couples bismuth-antimoine, repliés de façon ue toutes les soudures paires soient d'un même côté et toutes s soudures impaires de l'autre. Les déviations du galvanomètre elié à la pile, si elles restent faibles, sont proportionnelles aux tensités du courant, proportionnelles elles-mêmes aux forces ectromotrices et, par suite, aux faibles différences de tempé- ature des soudures paires et impaires; il en résulte que, sous tte condition, les déviations sont proportionnelles aux quan-

l'autre est maintenue à la température ambiante.

Les couples thermo-électriques ont été aussi employés pour la mesure des températures très élevées ou très basses.

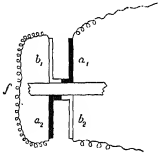
M. Le Chatelier a proposé pour la mesure des températures très élevées, telles que celles des fours à porcelaine, l'emploi du couple platine pur et alliage platine-rhodium; métaux qui ne fondent que vers 1700°. Ce couple possède une propriété remarquable : la soudure froide étant maintenue à zéro et l'autre à T, la force électromotrice est fonction linéaire de T,

$$E = bT;$$

les courbes représentatives des pouvoirs thermo-électriques sont, en effet, des droites parallèles, et le point neutre est rejeté à l'infini. Le couple Le Chatelier est très employé dans l'industrie et dans les laboratoires.

Signalons encore, comme application des phénomènes thermo-électriques, la pile thermo-électrique de Peltier (*fig.* 133), em-

Fig. 133.

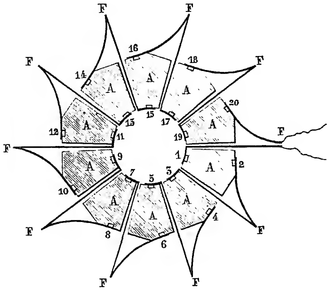


ployée pour déterminer l'excès de température d'une barre métallique sur le milieu ambiant. Elle se compose de deux couples disposés en série et qui comprennent entre leurs soudures la barre métallique à étudier.

Enfin, on se sert quelquefois de piles thermo-électriques d'un grand nombre d'éléments pour obtenir des courants d'intensité notable, pouvant être utilisés dans les laboratoires aux usages ordinaires. La pile Clamond, construite dans ce but, se compose d'un grand nombre de couples disposés en tension formés d'un alliage de zinc et d'antimoine pour l'un des métaux et de fer pour l'autre. Un certain nombre de ces couples constituent une couronne

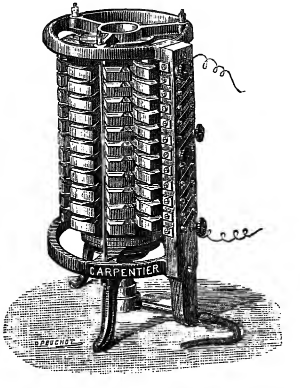
(*fig.* 134); les soudures impaires sont disposées vers l'intérieur

Fig. 134.



et les soudures paires vers l'extérieur; plusieurs couronnes iden-

Fig. 135.



tiques sont superposées en colonne et reliées de façon qu'encore toutes les soudures impaires soient à l'intérieur (*fig.* 135).

Une série de petits becs de gaz placés sur une colonne à l'inté-

dures paires à l'extérieur prennent une température beaucoup moins élevée.

Avec une pile de 120 éléments, on obtient ainsi une force électromotrice de 5 à 6 volts.

8. **Source de l'énergie des courants thermo-électriques. — Phénomène Peltier.** — Considérons une pile thermo-électrique dont les soudures paires et impaires sont maintenues à des températures constantes au moyen de deux sources de chaleur, l'une chaude, l'autre froide, et dont on emploie le courant à produire du travail dans un moteur électrique : le système de la pile et du moteur électrique constitue un moteur thermique.

Or comme, après avoir produit du travail, ce système est à la fin identique à ce qu'il était au commencement, en vertu du principe de l'équivalence et du principe de Carnot-Clausius, il ne peut produire de travail (et il en produit) que s'il prend de la chaleur à la source chaude et en cède à la source froide : la pile prend de l'énergie calorifique à la source chaude, fournit une énergie calorifique moindre à la source froide et transforme la différence en énergie du courant électrique. Il faut donc qu'à la soudure chaude il y ait une cause de refroidissement et, inversement, à la soudure froide une cause d'échauffement produite par le passage du courant.

Ainsi les principes de la Thermodynamique nous amènent à conclure que :

Lorsqu'un courant traverse la surface de jonction de deux métaux, il y a création ou destruction de chaleur suivant le sens du courant.

Ce phénomène a été découvert expérimentalement en 1834 par Peltier et porte son nom.

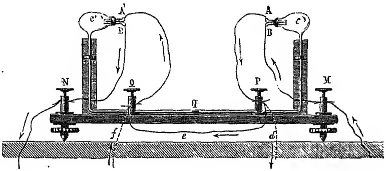
Outre l'effet Peltier à la surface de jonction, il y a toujours l'effet Joule, qui peut masquer le précédent; mais l'effet Peltier ne dépend pas de la résistance, tandis que l'effet Joule lui est proportionnel; aussi, pour mettre en évidence le phénomène Peltier, il convient de prendre une barre épaisse formée des deux métaux.

Le premier dispositif imaginé par Peltier (*fig.* 136) comprend

un thermomètre différentiel de Leslie. Dans les deux boules C et C′ sont introduits deux couples bismuth-antimoine BA, A′B′, disposés en sens inverses dans un circuit parcouru par un courant. Le courant va du bismuth à l'antimoine dans la première boule C, qui se refroidit, et de l'antimoine au bismuth dans l'autre boule C′, qui s'échauffe. Les deux actions s'ajoutent pour déplacer l'index I du thermomètre. Si l'on renverse le sens du courant, le déplacement de l'index change de sens.

Peltier a repris cette étude au moyen d'une barre de deux mé-

Fig. 136.



taux traversée par un courant et dont il étudiait les variations de température au moyen de sa pince thermo-électrique placée à la surface de jonction des deux métaux; il trouva ainsi que la barre s'échauffe ou se refroidit suivant le sens du courant.

L'effet Peltier a été étudié depuis par plusieurs autres physiciens.

Lenz employait deux barres de grande section, creusées à l'endroit de leur jonction d'une cavité dans laquelle il logeait un petit thermomètre; il obtint de cette manière des variations de température de 4°; en particulier, en plaçant de l'eau à zéro dans la cavité, il parvint à la faire congeler en donnant au courant un sens convenable.

Quintus-Icilius a indiqué une expérience élégante qui permet de mettre aisément en évidence le phénomène Peltier dans un cours. On fait passer dans une pile de Nobili le courant d'une pile quelconque : les soudures d'une certaine parité se refroidissent, tandis que les soudures de l'autre parité s'échauffent; si alors on interrompt le courant et si l'on ferme aussitôt après la pile thermo-électrique sur un galvanomètre, celui-ci dévie par suite du courant dû à la différence de température des soudures. On peut

constater que le courant thermo-électrique qui se produit est, dans la pile de Nobili, en sens inverse du courant qu'on a fait passer en premier lieu; par conséquent le courant thermo-électrique qui passe à travers la soudure chaude y produit un refroidissement, puisque le courant de sens inverse y avait produit un échauffement. Ce résultat est bien conforme aux prévisions de la Thermodynamique.

L'étude quantitative du phénomène est due principalement à M. Leroux. Au moyen de mesures calorimétriques, il a établi les lois suivantes :

1° *La quantité de chaleur qui est détruite par le passage du courant dans un sens et celle qui est créée par le passage du courant en sens contraire pour une même intensité et un même temps sont égales.*

La démonstration de cette loi se fait en plaçant les deux soudures dans un même calorimètre; on constate, s'il n'y a pas d'effet Joule sensible, que la température ne varie pas, tandis qu'il y a variation si l'une des soudures seulement est dans le calorimètre.

2° *Pour une même intensité, un même temps et les mêmes métaux, les quantités de chaleur créées ou détruites ne dépendent pas de l'étendue des surfaces de contact.*

3° *La quantité de chaleur dégagée dans un temps donné avec deux métaux déterminés est proportionnelle à l'intensité du courant.*

Soit donc Q la quantité de chaleur détruite ou créée pendant le temps t par un courant d'intensité i faisant circuler une quantité d'électricité $m = it$; les lois précédentes conduisent à la relation

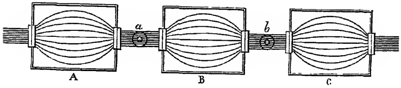
$$Q = \Pi it = \Pi m,$$

Π est le *coefficient de l'effet Peltier;* il dépend de la nature des métaux et de la température.

9. Phénomène Thomson. — En 1846, Lord Kelvin (à cette époque, William Thomson), en appliquant les principes de la Thermodynamique au cas, que nous avons déjà considéré, d'un moteur mis en mouvement par le courant thermo-électrique, et

supposant qu'il n'y avait rien d'autre que les phénomènes Peltier et Joule, arriva à cette conclusion que la force électromotrice d'un couple doit être proportionnelle à la différence des températures absolues des deux soudures (*voir* n° 10, Note), résultat en contradiction formelle avec l'expérience. Lord Kelvin pensa qu'il avait négligé quelque chose : entre les extrémités chaude et froide d'un même métal, on a en quelque sorte des métaux différents, puisque leur température n'est pas la même; il peut donc y avoir un effet Peltier. Cette prévision a été vérifiée expérimentalement par Lord Kelvin. Un paquet de fils de fer isolés (*fig.* 137), serrés

Fig. 137.



par des nœuds en a et b, s'épanouit dans trois cuves A, B, C, les deux extrêmes renferment de l'eau chaude et la cuve intermédiaire de l'eau froide, des thermomètres placés en a et b indiquent la température des fils. Par raison de symétrie, ces températures sont voisines. Si l'on fait passer un courant dans le sens AC, il est dirigé en a de la partie chaude vers la partie froide et en b de la partie froide vers la partie chaude. Or, on observe que la différence des températures entre a et b varie dans un certain sens; elle varie en sens contraire, si l'on renverse le sens du courant. Outre la création de chaleur par l'effet Joule, il y a donc une création ou une destruction de chaleur suivant que le courant va de la région froide à la région chaude ou inversement. Ce phénomène a reçu le nom de *phénomène* ou d'*effet Thomson*.

M. Leroux a repris l'étude de ce phénomène sous une autre forme; il a employé une barre d'un même métal maintenue à des températures différentes à ses extrémités, et il a mesuré la distribution de la température au moyen d'une pince Peltier, quand la barre était parcourue par un courant. Ses expériences ont montré que l'effet Thomson est proportionnel à l'intensité du courant.

Ainsi, si l'on considère deux sections d'un même métal à des températures T et $T + dT$, quand la barre est parcourue par un

courant d'intensité i, il y a, indépendamment de l'effet Joule, création ou destruction d'une certaine quantité de chaleur pendant le temps t qui peut être représentée par

$$H\,it\,dT,$$

où H est une fonction de la température qui dépend de la nature du métal.

La quantité de chaleur mise en jeu par l'effet Thomson entre deux sections aux températures T_0 et T_1 est donc

$$\Theta = it\int_{T_0}^{T_1} H\,dT = m\int_{T_0}^{T_1} H\,dt,$$

m étant la quantité d'électricité qui a passé pour produire la quantité de chaleur Θ.

10. **Application des principes de la Thermodynamique aux phénomènes thermo-électriques.** — Les principes de la Thermodynamique, qui ont fait prévoir l'effet Thomson et qui auraient pu faire prévoir aussi l'effet Peltier, permettent d'établir des relations quantitatives entre les grandeurs qui intéressent la Thermo-électricité.

Considérons le système formé par un couple thermo-électrique entouré de sources de chaleur maintenant à des températures constantes les soudures, malgré les effets Peltier, et les autres parties du circuit, malgré les effets Thomson, et la chaleur créée conformément à la loi de Joule.

Supposons que le circuit contenant ce couple soit fermé par un moteur électrique K, tournant de façon que la force électromotrice d'induction E, qui résulte de cette rotation, soit en opposition avec celle du couple. Cette force électromotrice E est, du reste, proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur et peut, par conséquent, en réglant celle-ci, prendre la valeur que l'on désire. On peut ainsi la rendre inférieure ou supérieure à celle du couple thermo-électrique. Dans le premier cas, le courant aura le sens commandé par ce couple, la machine K produira du travail en surmontant les forces extérieures qui lui sont appliquées, et il consommera pour cela une fraction Em de l'énergie du courant, en désignant par m la quantité d'électricité qui a parcouru le circuit fermé pendant le temps considéré. Dans le second cas,

e courant aura un sens inverse, celui commandé par la machine K, qui fonctionne alors comme un électromoteur recevant des forces extérieures un travail et fournissant une énergie électrique de valeur Em au courant. Dans ce cas, les échanges de chaleur avec les sources dus aux effets Peltier et Thomson sont changés de signes par rapport à ce qu'ils étaient dans le premier cas, puisque le courant est de sens inverse; mais il n'en est pas de même des échanges de chaleur dus à la loi de Joule, car ceux-ci ne changent pas de sens avec le sens du courant : ces sources de chaleur doivent toujours enlever la chaleur créée suivant la loi de Joule pour maintenir la température constante.

Cet effet Joule, d'une part, les frottements de la machine K, de l'autre, empêchent les transformations dont le système considéré est le siège d'être parfaitement réversibles, dans le sens que la Thermodynamique attache à ce mot. Mais on conçoit qu'on puisse réduire indéfiniment les frottements du moteur; d'un autre côté, si l'intensité du courant devient de plus en plus faible, de façon à pouvoir être considérée comme un infiniment petit, les quantités de chaleur mises en jeu par les phénomènes Peltier et Thomson, qui sont proportionnelles à l'intensité du courant, sont des infiniment petits du même ordre, tandis que les quantités de chaleur mises en jeu par l'effet Joule sont des infiniment petits du deuxième ordre, étant proportionnel au carré de l'intensité du courant, et par là même négligeable. Ainsi, en supposant le cas limite où la machine K est sans frottement et où le courant a une intensité infiniment petite, les transformations dont ce système est le siège sont réversibles (1). C'est dans ces conditions que nous allons supposer que ce système fonctionne pour pouvoir appliquer aisément le principe de Carnot-Clausius. Or, pour que le courant ait une intensité infiniment faible, il faut que la force électromotrice du couple thermo-électrique soit infiniment voisine de la force électromotrice E de la machine K.

Appliquons au système considéré les deux principes de la Thermodynamique. Supposons, pour fixer les idées, que la force électromotrice du couple thermo-électrique soit infiniment peu supérieure à celle de la machine K, de façon que cette dernière fonc-

(1) Il en est ici comme dans tous les autres cas : les transformations réversibles ne sont que des cas limites des transformations réelles.

valent à la quantité de chaleur Q fournie au système; on a donc, en désignant par J l'équivalent mécanique de la chaleur,

$$Q = \frac{W}{J}. \tag{1}$$

Or, en appelant m la quantité d'électricité qui a parcouru le circuit fermé pendant le temps considéré, on a ici $W = Em$, comme nous l'avons déjà dit. D'autre part, la quantité de chaleur Q fournie par les sources est due aux effets Peltier et Thomson, et l'on a, avec les notations indiquées ci-dessus,

$$Q = m\Pi_2 - m\Pi_1 + m\int_{T_1}^{T_2} H\,dT + m\int_{T_2}^{T_1} H'\,dT,$$

en appelant Π_2 et Π_1 les coefficients de l'effet Peltier pour les températures absolues T_2 et T_1 des soudures, et supposant $T_2 > T_1$, H et H′ les coefficients de l'effet Thomson relatifs aux deux métaux pour la température absolue T. La relation (1) devient donc, en remplaçant, réduisant et supprimant le facteur commun m,

$$\Pi_2 - \Pi_1 + \int_{T_1}^{T_2} (H - H')\,dT = \frac{E}{J}. \tag{2}$$

Dans cette relation, E exprime aussi bien la force électromotrice du couple thermo-électrique que celle de la machine K, puisque ces deux forces électromotrices ne diffèrent que d'un infiniment petit.

D'autre part, la transformation du système qui le laisse dans un état identique à l'état initial étant réversible, le principe de Carnot-Clausius nous apprend que la somme des quotients $\frac{Q}{T}$ des quantités de chaleur mises en jeu par chaque source calorifique par la température absolue de cette source est nulle

$$\sum \frac{Q}{T} = 0. \tag{3}$$

Ce qui, avec les notations indiquées, fournit les relations

$$\frac{m\Pi_2}{T_2} - \frac{m\Pi_1}{T_1} + m\int_{T_1}^{T_2} \frac{H}{T}\,dT + m\int_{T_2}^{T_1} \frac{H'}{T}\,dT = 0,$$

Pour tirer des relations (2) et (4), fournies par les principes de la Thermodynamique, une relation utile, supposons que les températures extrêmes T_1 et T_2 diffèrent seulement d'un infiniment petit et posons $T_1 = T$, $T_2 = T + dT$, $H_2 - H_1 = d\Pi$, $E = dE$, $\frac{\Pi_2}{T_2} - \frac{\Pi_1}{T_1} = d\left(\frac{\Pi}{T}\right)$. Les intégrales se réduisent à leur élément différentiel et les relations (2) et (4) prennent, après avoir divisé par dT les deux membres, la forme suivante :

$$\frac{d\Pi}{dT} + H - H' = \frac{1}{J}\frac{dE}{dT}, \tag{5}$$

$$\frac{1}{dT} d\left(\frac{\Pi}{T}\right) + \frac{H - H'}{T} = 0,$$

ou, en effectuant la différentiation pour cette dernière relation et multipliant par T

$$\frac{d\Pi}{dT} - \frac{\Pi}{T} + H - H' = 0. \tag{6}$$

En retranchant membre à membre (6) de (5), il vient

$$\frac{\Pi}{T} = \frac{1}{J}\frac{dE}{dT} \qquad \text{ou} \qquad \Pi = \frac{T}{J}\frac{dE}{dT} = \frac{T}{J}p, \tag{7}$$

relation très remarquable, établie par Lord Kelvin, donnant la valeur du coefficient de l'effet Peltier en fonction du pouvoir thermo-électrique p des deux métaux pour la température absolue T. Elle a été vérifiée expérimentalement par M. Bellati et par M. Edlund.

Cette vérification a une grande importance, car elle montre que les principes fondamentaux de la Thermodynamique, établis d'abord par des expériences où des phénomènes purement calorifiques et mécaniques étaient seuls en jeu, s'appliquent aussi aux phénomènes électriques.

En portant, dans la relation (6), la valeur de Π donnée par (7), il vient

$$H - H' = -\frac{T}{J}\frac{d^2E}{dT^2} = -\frac{T}{J}\frac{dp}{dT}. \tag{8}$$

stante : la différence $H - H'$ des coefficients de l'effet Thomson pour une même température est proportionnelle à la température absolue (1).

(1) Remarquons que si l'on suppose nul l'effet Thomson, comme le croyait tout d'abord ce physicien, les relations (5) et (6) deviennent

$$\frac{d\Pi}{dT} = \frac{1}{J}\frac{dE}{dT} \quad \text{et} \quad \frac{d\Pi}{dT} - \frac{\Pi}{T} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d\Pi}{\Pi} = \frac{dT}{T}.$$

On tire de la seconde, par intégration, en désignant par a une constante,

$$\operatorname{Log}\Pi = \operatorname{Log}T + \operatorname{Log}a \quad \text{ou} \quad \Pi = aT.$$

En remplaçant dans la première Π par cette valeur, elle devient

$$a = \frac{1}{J}\frac{dE}{dT},$$

d'où, par intégration entre deux températures T_1 et T_2,

$$E = aJ(T_2 - T_1).$$

La force électromotrice thermo-électrique serait proportionnelle à la différence des températures absolues des deux soudures, ce qui est contraire à l'expérience.

NOTES.

NOTE A.

FORMULE DE GREEN.

La démonstration de la formule de Green, formule que nous avons employée pour établir la relation de Gauss (Chap. IV, n° 17), peut se faire à l'aide de l'intégration par parties.

Considérons un espace dont les points sont rapportés à trois axes rectangulaires, et soient U et V deux fonctions des coordonnées; la formule de Green a pour but de transformer l'expression

$$\iiint \mathrm{U}\left(\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial z^2}\right) dx\, dy\, dz,$$

cette intégrale s'étendant à tous les éléments de volume compris à l'intérieur d'une surface S. Elle est la somme des trois intégrales

$$\iiint \mathrm{U}\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial x^2}\, dx\, dy\, dz+\iiint \mathrm{U}\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial y^2}\, dx\, dy\, dz+\iiint \mathrm{U}\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial z^2}\, dx\, dy\, dz.$$

Occupons-nous de la première; les résultats obtenus s'étendront par permutation des lettres aux deux autres.

$$\iiint \mathrm{U}\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial x^2}\, dx\, dy\, dz=\iint dy\, dz \int \mathrm{U}\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial x^2}\, dx;$$

dans cette dernière intégrale, $\int \mathrm{U}\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial x^2}\, dx$, on doit considérer y et z comme constants: U et V ne sont plus fonctions que de x; en intégrant par parties, il vient

$$\int \mathrm{U}\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial x^2}\, dx=\left(\mathrm{U}\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}\right)_2-\left(\mathrm{U}\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}\right)_1-\int \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial x}\, dx,$$

$\left(\mathrm{U}\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}\right)_2$ et $\left(\mathrm{U}\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}\right)_1$ étant les valeurs prises par $\left(\mathrm{U}\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}\right)$ aux points où la ligne droite qui correspond aux valeurs constantes de y et de z considérées perce la surface S.

Multiplions les deux membres par $dy\, dz$ et intégrons; il vient, en

$$\int\int\left[\left(U\frac{\partial V}{\partial x}\right)_2-\left(U\frac{\partial V}{\partial x}\right)_1\right]dy\,dz$$

peut se représenter par

$$\int\int U\frac{\partial V}{\partial x}dy\,dz,$$

cette intégrale double s'étendant à tous les éléments en lesquels on peut décomposer la surface S.

$$(1)\qquad \int\int\int U\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}dx\,dy\,dz=\int\int U\frac{\partial V}{\partial x}dy\,dz-\int\int\int\frac{\partial V}{\partial x}\,\frac{\partial U}{\partial x}dx\,dy\,dz.$$

On obtient, pour $\int\int\int U\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}dx\,dy\,dz$ et pour $\int\int\int U\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}dx\,dy\,dz$, des expressions analogues à la précédente :

$$(2)\qquad \int\int\int U\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}dx\,dy\,dz=\int\int U\frac{\partial V}{\partial y}dz\,dx-\int\int\int\frac{\partial V}{\partial y}\,\frac{\partial U}{\partial y}dx\,dy\,dz.$$

$$(3)\qquad \int\int\int U\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}dx\,dy\,dz=\int\int U\frac{\partial V}{\partial z}dx\,dy-\int\int\int\frac{\partial V}{\partial z}\,\frac{\partial U}{\partial z}dx\,dy\,dz.$$

En additionnant membre à membre les relations (1), (2) et (3), on obtient la formule de Green

$$\begin{aligned}\int\int\int U\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right)dx\,dy\,dz\\ =\int\int U\left(\frac{\partial V}{\partial x}dy\,dz+\frac{\partial V}{\partial y}dz\,dx+\frac{\partial V}{\partial z}dx\,dy\right)\\ -\int\int\int\left(\frac{\partial V}{\partial x}\,\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}\,\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial z}\,\frac{\partial U}{\partial z}\right)dx\,dy\,dz.\end{aligned}$$

NOTE B.

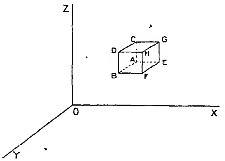
THÉORÈME DE GAUSS.

On peut établir la partie du théorème de Gauss qui est relative à un espace ne renfermant qu'un diélectrique homogène (K constant) sans recourir à l'emploi de la formule de Green; mais le raisonnement est plus long.

Rappelons d'abord l'énoncé de ce théorème : en appelant J le flux d'induction à travers une surface fermée, la partie positive de la normale à la surface étant tournée vers l'extérieur, et M la quantité d'électricité con-

Nous établirons d'abord la relation dans le cas d'un parallélépipède dont les faces sont parallèles aux trois plans de coordonnées et dont les arêtes sont des infiniment petits dx, dy, dz (*fig.* 138). Les aires des faces laté-

Fig. 138.



rales sont alors des infiniment petits du deuxième ordre et le volume un infiniment petit du troisième ordre.

Calculons le flux à travers les six faces du parallélépipède. Soit X la composante parallèle à OX du champ en A; le flux à travers la surface ABDC est le produit de l'aire de cette surface par K et par la projection du champ sur la normale à la surface dirigée vers l'extérieur; cette projection étant $-X$ on a pour le flux

$$-KX\,dy\,dz.$$

Le flux à travers la face opposée, EFGH, en appelant X' la composante parallèle à OX du champ en E, est

$$+KX'\,dy\,dz.$$

La somme de ces deux flux donne

$$KX'\,dy\,dz - KX\,dy\,dz = K\,dy\,dz(X' - X).$$

Mais

$$X' = X + \frac{\partial X}{\partial x}dx, \qquad \text{d'où} \qquad X' - X = \frac{\partial X}{\partial x}dx.$$

La somme des flux à travers les deux faces opposées est donc

$$K\frac{\partial X}{\partial x}dx\,dy\,dz. \tag{1}$$

On aurait de même pour les autres faces opposées

$$K\frac{\partial Y}{\partial y}dx\,dy\,dz, \tag{2}$$

$$K\frac{\partial Z}{\partial z}dx\,dy\,dz. \tag{3}$$

Mais d'après la formule de Poisson

$$K\left(\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}\right)=4\pi\rho,$$

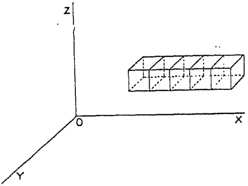
ρ étant la densité électrique cubique au point où se trouve le parallélépipède; on a donc, en appelant dM la quantité d'électricité qu'il renferme,

$$dJ = 4\pi\rho\, dx\, dy\, dz = 4\pi\, dM. \tag{5}$$

Ainsi le théorème de Gauss est démontré dans ce cas.

Considérons maintenant un parallélépipède dont les arêtes sont encore parallèles aux axes de coordonnées, mais dont deux côtés seulement, dy et dz, sont infiniment petits, le côté parallèle à OX étant fini (*fig.* 139).

Fig. 139.



Décomposons ce volume en parallélépipèdes élémentaires par des plans parallèles à YOZ; à chacun de ces parallélépipèdes on peut appliquer la relation (5). Considérons les faces parallèles à YOZ et prenons pour sens de la normale celui des X positifs; soient dj_1 le flux à travers la première face, $dj_2, dj_3, \ldots$, les flux à travers les faces successives; soient, d'autre part, $\Sigma_1\, dj$ le flux à travers les faces parallèles à OX pour le premier élément, $\Sigma_2\, dj$, $\Sigma_3\, dj$, ..., les flux correspondants pour les autres éléments; la relation (5) appliquée à chacun de ces petits parallélépipèdes donne

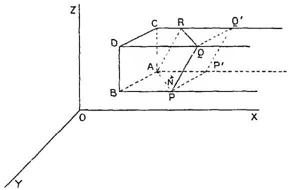
$$\begin{aligned}
\Sigma_1\, dj - dj_1 + dj_2 &= 4\pi\, dM_1,\\
\Sigma_2\, dj - dj_2 + dj_3 &= 4\pi\, dM_2,\\
\Sigma_3\, dj - dj_3 + dj_4 &= 4\pi\, dM_3,\\
\ldots\ldots\ldots\ldots&\ldots\ldots,
\end{aligned}$$

additionnons membre à membre

$$\Sigma\, dj - dj_1 + dj_{n+1} = dJ = 4\pi\, dM, \tag{6}$$

Prenons un parallélépipède tel que le précédent et coupons-le par un plan de direction quelconque passant par le point A (*fig.* 140); nous

Fig. 140.



formons ainsi un volume ABCDPRQ que nous appellerons *parallélépipède tronqué*.

Nous allons voir que le flux total d'induction à travers la surface de ce volume est nul, si l'on néglige les infiniment petits du troisième ordre. Pour cela, désignons par ds l'aire de la section APQR, par AN la normale à cette section, et par λ, μ, ν, les angles qu'elle fait avec les axes de coordonnées. La projection du champ en A sur cette normale AN est

$$X\cos\lambda + Y\cos\mu + Z\cos\nu,$$

et le flux à travers ds

$$KX\cos\lambda\, ds + KY\cos\mu\, ds + KZ\cos\nu\, ds.$$

A travers la section droite ABCD, le flux est

$$-KX\, dy\, dz = -KX\cos\lambda\, ds,$$

car $dy\, dz$ est la projection de ds sur le plan des yz.

Désignons par ds' et ds'' les aires des surfaces BDQP et CAR; la somme des flux correspondant à ces deux surfaces est

$$KY\, ds' - KY\, ds'' = KY(ds' - ds'').$$

Y est le même dans les deux termes, puisque nous avons convenu de négliger les infiniment petits du troisième ordre (en multipliant la variation infiniment petite de Y par ds qui est du deuxième ordre on obtient en effet un terme infiniment petit du troisième ordre).

Projetons APQR sur le plan ACR; nous obtenons la surface AP'Q'R dont l'aire est égale à $-\cos\mu\, ds$, or

$$AP'Q'R = AP'Q'C - ACR = ds' - ds'';$$

$$KY(ds' - ds'') = -KY\cos\mu\, ds.$$

Nous obtiendrions de même, pour la somme des deux flux à travers les faces parallèles à XOY, l'expression

$$-KZ\cos\nu\, ds.$$

On voit ainsi que le flux total à travers les six faces du parallélépipède tronqué est égale à

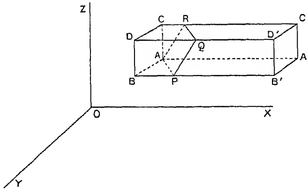
$$\begin{aligned} &KX\cos\lambda\, ds + KY\cos\mu\, ds + KZ\cos\nu\, ds \\ &\qquad - KX\cos\lambda\, ds - KY\cos\mu\, ds - KZ\cos\nu\, ds, \end{aligned}$$

somme identiquement nulle.

Il résulte de là que, si nous prenons pour partie positive de la normale AN la partie dirigée vers l'intérieur du parallélépipède tronqué, le flux d'induction à travers la face oblique APQR est alors égal à la somme des flux à travers les cinq autres faces.

Reprenons le parallélépipède dont l'arête parallèle à OX est de longueur finie, et coupons-le par un plan oblique quelconque passant par A. Le volume du grand parallélépipède tronqué APQRA'C'D'B'A' (*fig.* 141), ne

Fig. 141.

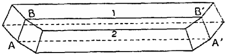


diffère du volume du parallélépipède total ABCDA'B'C'D' que par un infiniment petit du troisième ordre; par suite, la différence des quantités d'électricité correspondantes est aussi un infiniment petit du troisième ordre; d'autre part, le flux à travers APQR, la partie positive de la normale à cette surface étant tournée vers l'extérieur du grand parallélépipède tronqué, est égal, comme nous venons de le démontrer, à la somme des flux à travers les cinq faces supprimées par la section, à un infiniment petit du troisième ordre près. Il résulte de là que, comme nous négli-

les mêmes raisons il en est encore de même si le parallélépipède est tronqué à ses deux extrémités.

Superposons deux parallélépipèdes analogues au précédent et ayant une face commune ABA'B' (*fig.* 142); la relation de Gauss est applicable à

Fig. 142.



chacun de ces deux volumes; on a donc, en désignant par $\Sigma_1\, dj$ le flux à travers toutes les faces du premier parallélépipède, sauf ABA'B', par $\Sigma_2\, dj$ le flux à travers toutes les faces du second, sauf ABA'B', par dj_1 le flux à travers ABA'B', la partie positive de la normale étant dirigée extérieurement au volume 1,

$$\Sigma_1\, dj + dj_1 = 4\pi\, dM_1,$$
$$\Sigma_2\, dj - dj_2 = 4\pi\, dM_2,$$

d'où par addition

$$\Sigma_1\, dj + \Sigma_2\, dj = 4\pi(dM_1 + dM_2),$$

ou

$$dJ = 4\pi\, dM.$$

Ainsi le théorème de Gauss s'applique à l'ensemble de ces deux parallélépipèdes. Il résulte de là que le théorème s'applique au volume formé par un nombre quelconque de parallélépipèdes accolés comme les deux précédents; or, comme un volume quelconque peut être décomposé en de tels parallélépipèdes élémentaires par des plans parallèles à XOY et à XOZ, infiniment voisins, il s'ensuit que la relation

$$J = 4\pi M$$

est applicable dans le cas général.

NOTE C.

MÉTHODE DE M. LIPPMANN POUR DÉMONTRER L'EXISTENCE DE CERTAINS PHÉNOMÈNES RÉCIPROQUES DE PHÉNOMÈNES ÉLECTRIQUES CONNUS.

M. Lippmann, dans un article extrêmement remarquable intitulé : *Principe de la conservation de l'Électricité* (1), a indiqué comment on peut

(1) *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 381.

de la conservation de l'énergie.

Dans l'exposé que nous allons faire de cette méthode, nous nous appuierons non seulement sur le principe de la conservation de l'énergie, mais aussi sur le principe de Carnot-Clausius pour rendre le raisonnement tout à fait rigoureux. Le plus souvent nous emploierons, comme nous l'avons déjà fait plusieurs fois, le théorème sur le travail des forces extérieures dans le cas d'une transformation isotherme et réversible, conséquence des deux principes précédents.

Nous commencerons par indiquer la forme analytique sous laquelle M. Lippmann emploie la loi de la conservation de l'électricité.

1. Forme analytique donnée a la loi de la conservation de l'électricité. — La quantité d'électricité que renferme un corps A, une armature de condensateur, par exemple, est une fonction des paramètres x, y, z, ... qui définissent l'état du système dont A fait partie (le condensateur dans l'exemple indiqué) et qui constituent des variables indépendantes dans une transformation de ce système. C'est ainsi que, pour un système constitué par un condensateur plan indéfini, la charge m d'une armature A est fonction de la différence de potentiel V des armatures, de leur surface S, de leur écartement e, de la température T du diélectrique supposé homogène qui existe entre les armatures; ces paramètres V, S, e, T pouvant varier indépendamment les uns des autres dans une transformation du condensateur.

Remarquons que ceci resterait encore vrai quand même la loi de la conservation de l'électricité ne serait pas exacte. Mais, si, dans le cas d'un condensateur plan indéfini, nous connaissons la relation $m = \frac{KSV}{4\pi e}$ (le pouvoir inducteur spécifique K étant fonction de T) qui lie la charge m d'une armature aux variables indépendants S, V, e, ...; dans d'autres cas, nous ignorons cette relation. Or, la loi de la conservation de l'électricité nous permet toujours de trouver expérimentalement la variation Δm de la charge d'un corps A pour des variations déterminées des variables indépendantes qui caractérisent l'état du système dont A fait partie. Il suffit, en effet, de mettre A en relation par un conducteur de capacité négligeable avec un corps B dont on peut mesurer à chaque instant la charge, par exemple avec un corps placé dans un cylindre de Faraday relié à un électromètre, A et B formant un système isolé. En désignant à un moment quelconque par m et m' les charges de A et de B, la loi de la conservation de l'électricité donne

$$m + m' = \text{const.}$$

Si m éprouve une variation Δm, il en résulte pour m' une variation $\Delta m'$,

Comme nous pouvons mesurer $\Delta m'$, nous connaissons aussi Δm, qui lui est égal et de signe contraire, grâce à la loi de la conservation de l'électricité.

Si les variables indépendantes $x, y, z, \ldots$, qui caractérisent l'état du système dont A fait partie, éprouvent des variations infiniment petites dx, dy, dz, ..., il en résulte pour la charge de A une variation infiniment petite dm qui peut être représentée par

$$dm = a\,dx + b\,dy + c\,dz + \ldots,$$

où a, b, c, ... sont, en général, des fonctions de $x, y, z, \ldots$. Or, puisque m est une fonction de $x, y, z, \ldots$, on a, comme on le sait,

$$\frac{\partial a}{\partial y} = \frac{\partial b}{\partial x}, \qquad \frac{\partial b}{\partial z} = \frac{\partial c}{\partial y}, \qquad \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial a}{\partial z}, \qquad \ldots \tag{1}$$

Ces relations (1) existeraient encore, quand même la loi de la conservation de l'électricité serait inexacte; mais, en général, cette loi est nécessaire, comme nous venons de l'indiquer, pour déterminer les grandeurs a, b, c en fonction de $x, y, z, \ldots$ et faire usage des relations (1). Sans la loi de la conservation de l'électricité, les relations (1) existeraient bien en théorie, mais le plus souvent on ne pourrait s'en servir, faute de savoir comment a, b ou c dépendent de $x, y, z, \ldots$. Il n'est donc pas très exact de dire, comme on le fait habituellement, que les relations (1) représentent la loi de la conservation de l'électricité. Il est, au contraire, parfaitement correct de le dire, si $a, b, c, \ldots$ sont les coefficients de la variation dm' de la charge du corps B, lié à A ($dm' = a\,dx + b\,dy + c\,dz \ldots$), car on n'a $dm' = -\,dm$ qu'en vertu de la loi de la conservation de l'électricité. C'est ce qu'avait en vue M. Lippmann, quand il a représenté analytiquement cette loi par les relations (1).

En résumé, que dm exprime la variation de charge du corps considéré A ou du corps B, qui forme avec lui un système isolé, les relations (1) sont toujours applicables : dm est une différentielle exacte. Nous allons voir l'importance de ces relations. Le plus souvent nous ne ferons varier que deux des paramètres $x, y, z, \ldots$, et les relations (1) se réduiront alors à une seule relation, puisqu'il n'y aura que deux variables indépendantes.

2. Principe de la méthode. — Nous nous bornerons à exposer la méthode dans le cas où les transformations du système n'exigent que deux variables indépendantes seulement, la généralisation se faisant d'elle-même pour le cas où l'on a à considérer plus de deux variables indépendantes.

On exprime soit la différentielle de l'énergie, soit, si la transformation est réversible, la différentielle de l'entropie, soit, si la transformation est à la fois réversible et isotherme, la différentielle du travail des forces

et, comme Z est une fonction de x et de y, c'est-à-dire comme dZ est une différentielle exacte, on a

$$(1) \qquad \frac{\partial A}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial x}.$$

Les relations de cette forme, jointes à la relation indiquée ci-dessus (n° 1),

$$(2) \qquad \frac{\partial a}{\partial y} = \frac{\partial b}{\partial x}$$

(a et b étant les coefficients de la différentielle de la quantité d'électricité d'une des parties du système $dm = a\,dx + b\,dy$), permettent d'éliminer certains coefficients peu intéressants et de trouver une relation entre les autres. Les exemples suivants feront mieux comprendre la méthode que cet exposé général, nécessairement un peu vague.

3. Contraction électrique des gaz. — Les expériences de M. Boltzmann sur la constante diélectrique des gaz (Chap. IX, n° 3) ont montré que la capacité d'un condensateur dont un gaz forme le diélectrique augmente avec la pression de celui-ci.

Supposons qu'un condensateur de cette espèce soit placé sous une cloche, et qu'en enfonçant ou en retirant le piston d'un corps de pompe communiquant avec la cloche on puisse faire varier la pression du gaz p; supposons, en outre, qu'au moyen d'un replenisher nous puissions faire varier la différence de potentiel V des plateaux, et qu'en retirant ou en fournissant de la chaleur nous maintenions la température du gaz constante malgré les variations de p et de V, qui seront les deux variables indépendantes dans les transformations que nous allons faire subir au système.

Considérons une transformation élémentaire dans laquelle p et V varient de dp et dV; le travail dW des forces extérieures se compose de deux parties : 1° du travail qu'il faut fournir au replenisher pour faire varier de dm la charge m de l'armature positive, lequel est $V\,dm$, comme nous le savons; 2° du travail de la force qui fait équilibre aux forces de pression agissant sur le piston, qui est $-p\,dv$, en désignant par v le volume du gaz emprisonné dans la cloche et le corps de pompe. On a donc

$$(1) \qquad dW = V\,dm - p\,dv.$$

D'autre part, on peut poser

$$(2) \qquad dm = a\,dp + b\,dV,$$

a étant un coefficient positif d'après les expériences de M. Boltzmann,

(3) $$\frac{\partial a}{\partial V} = \frac{\partial b}{\partial p}.$$

D'autre part, v est fonction de V et de p, et l'on a

(4) $$dv = \frac{\partial v}{\partial p}\,dp + \frac{\partial v}{\partial V}\,dV;$$

en substituant dans (1) les valeurs de dm et de dv, il vient

(5) $$\left\{\begin{aligned} dW &= V(a\,dp + b\,dV) - p\left(\frac{\partial v}{\partial p}\,dp + \frac{\partial v}{\partial V}\,dV\right) \\ &= \left(Va - p\,\frac{\partial v}{\partial p}\right)dp + \left(Vb - p\,\frac{\partial v}{\partial V}\right)dV. \end{aligned}\right.$$

Or, comme la transformation est isotherme et réversible, dW est une différentielle exacte, et l'on a

$$\frac{\partial\left(Va - p\,\dfrac{\partial v}{\partial p}\right)}{\partial V} = \frac{\partial\left(Vb - p\,\dfrac{\partial v}{\partial V}\right)}{\partial p}$$

ou, en développant,

(6) $$a + V\,\frac{\partial a}{\partial V} - p\,\frac{\partial^2 v}{\partial p\,\partial V} = V\,\frac{\partial b}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial V} - p\,\frac{\partial^2 v}{\partial p\,\partial V};$$

en tenant compte de (3) et simplifiant, il vient

(7) $$a = -\frac{\partial v}{\partial V},$$

ce qui veut dire qu'à pression constante ($dp = 0$) et à température constante le volume v du gaz dépend de la différence de potentiel V des armatures; comme a est positif, $\frac{\partial v}{\partial V}$ *est négatif : le volume du gaz diminue quand la différence de potentiel entre les armatures augmente.*

Il y a donc, à pression et à température constantes, contraction d'un gaz quand on le soumet à un champ électrique.

On peut trouver aisément la variation finie Δv du volume du gaz qui correspond à la charge du condensateur.

Si la pression et la température du gaz restent constantes, le volume v n'étant plus fonction que de la différence de potentiel V des armatures, la relation (7) peut s'écrire

(8) $$dv = -a\,dV.$$

$$m = \frac{\quad}{4\pi e},$$

en désignant par S la surface des armatures, par e leur distance et par α un coefficient constant dont M. Boltzmann a donné la valeur pour divers gaz. On déduit de là

$$a = \frac{\partial m}{\partial p} = \frac{S\alpha V}{4\pi e}, \tag{9}$$

et en portant cette valeur dans la relation (8), il vient

$$dv = -\frac{S\alpha V\,dV}{4\pi e}.$$

Pour avoir la variation finie Δv du volume gazeux pendant la charge du condensateur, il faut intégrer cette expression en faisant varier V de o à sa valeur finale V_1, ce qui donne

$$\Delta v = -\frac{S\alpha V_1^2}{8\pi e}; \tag{10}$$

mais remarquons qu'il n'y a que la masse de gaz soumise au champ électrique, c'est-à-dire celle comprise entre les armatures, qui peut éprouver la contraction électrique. Si nous désignons maintenant par v son volume, égal à Se, nous avons, d'après (10), pour la contraction relative de la masse de gaz soumise au champ d'intensité φ,

$$\frac{\Delta v}{v} = -\frac{\alpha V_1^2}{8\pi e^2} = -\frac{\alpha}{8\pi}\varphi^2.$$

Cette contraction relative est donc proportionnelle au carré de l'intensité φ du champ et au coefficient α. Le champ le plus intense qu'on peut obtenir entre deux plateaux sans craindre que l'étincelle éclate entre eux ne peut guère dépasser 130 C. G. S. D'autre part, le coefficient α est toujours très petit, ce qui donne pour la contraction relative maximum une valeur bien faible. Néanmoins, M. Quincke est parvenu à montrer expérimentalement sur l'anhydride carbonique cette contraction prévue par M. Lippmann.

4. Variation électrique de longueur des cristaux piézo-électriques. — L'application de la méthode aux cristaux piézo-électriques a conduit M. Lippmann à un autre résultat fort intéressant.

Considérons une lame d'un cristal piézo-électrique dont deux faces parallèles sont perpendiculaires à un axe électrique; supposons ces faces argentées ou couvertes de papier d'étain, de façon à constituer un condensateur. Supposons aussi qu'on puisse faire agir une force F, par exemple par traction, dans un sens qui fait apparaître des charges électriques sur

force F, que nous prendrons comme variables indépendantes. Si l'on pose

$$dm = a\,dV + b\,dF, \tag{1}$$

dm étant une différentielle exacte, on a

$$\frac{\partial a}{\partial F} = \frac{\partial b}{\partial V}. \tag{2}$$

D'autre part, supposons que la lame cristalline éprouve un allongement dl dans le sens de la force F quand on fait varier infiniment peu V et F; on aura

$$dl = \frac{\partial l}{\partial F}\,dF + \frac{\partial l}{\partial V}\,dV. \tag{3}$$

$\frac{\partial l}{\partial V}\,dV$ représentant pour F constant et à température constante la variation de longueur quand on fait varier de dV la différence du potentiel V des armatures; nous allons montrer précisément que cette quantité n'est pas nulle.

Pour cela, écrivons l'expression du travail dW des forces extérieures pendant la transformation infiniment petite considérée (dF, dV). Il se compose : 1° du travail fourni au replenisher pour faire varier la charge des armatures, qui est égale à $V\,dm$; 2° du travail de la force F qui est égal à $F\,dl$; on a donc

$$dW = V\,dm + F\,dl.$$

En remplaçant dm et dl par leur expression (1) et (3), il vient

$$dW = \left(Va + F\frac{\partial l}{\partial V}\right)dV + \left(Vb + F\frac{\partial l}{\partial F}\right)dF. \tag{4}$$

Or, la transformation étant réversible et isotherme, dW est une différentielle exacte, et l'on a

$$\frac{\partial\left(Va + F\frac{\partial l}{\partial V}\right)}{\partial F} = \frac{\partial\left(Vb + F\frac{\partial l}{\partial F}\right)}{\partial V}; \tag{5}$$

en effectuant et simplifiant en tenant compte de la relation (2), il vient :

$$\frac{\partial l}{\partial V} = b. \tag{6}$$

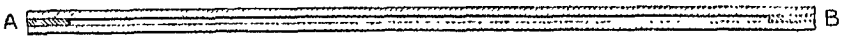
Or, d'après (1), $b\,dF$ représente la charge qu'il faut fournir à une des armatures pour maintenir constante la différence de potentiel de celle-ci ($dV = 0$), quand F varie de dF; la quantité b n'est donc pas nulle, puisque

dimension linéaire du cristal dans le sens de la traction dépend de la différence de potentiel V *des armatures;* suivant le sens de la différence de potentiel, il y aura allongement ou raccourcissement de la lame quand on viendra à charger ce condensateur particulier.

Ces variations de longueurs électriques des cristaux piézo-électriques sont extrêmement faibles, le coefficient b qui caractérise la piézo-électricité étant très petit. Malgré la petitesse du phénomène prévu par la théorie de M. Lippmann, il a pu être mis en évidence expérimentalement sur la tourmaline et le quartz par des procédés extrêmement délicats et ingénieux dus à MM. Jacques et Pierre Curie.

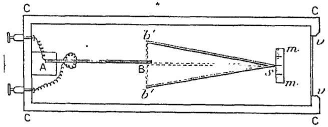
Voici l'une des dispositions employées dans le cas du quartz. Deux lames de quartz ont été taillées de façon à avoir une grande longueur (environ 10^{cm}) dans un sens perpendiculaire à la fois à l'axe électrique et à l'axe optique (sens de l'allongement électrique étudié), une épaisseur d'une fraction de millimètre dans le sens de l'axe électrique (l'un des axes binaires), et une largeur de 1^{cm} environ dans la troisième direction, celle de l'axe optique. Les faces perpendiculaires à l'axe électrique ont été argentées; ces deux lames ont été appliquées l'une contre l'autre (*fig.* 143),

Fig. 143.



puis rendues solidaires à chaque extrémité. Les armatures intérieures des deux condensateurs communiquent entre elles et sont toujours au même potentiel; les armatures extérieures des deux condensateurs sont réunies par un fil métallique, de façon à être aussi au même potentiel. Les lames ont été disposées de façon que les axes électriques aient même sens. Il résulte de là qu'en établissant une différence de potentiel entre les armatures de ces deux condensateurs, le sens de la différence de potentiel n'est pas le même par rapport au sens de l'axe électrique : aussi une des

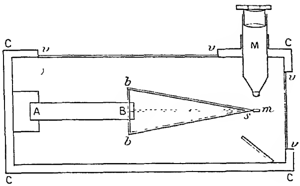
Fig. 144.



lames s'allonge, et l'autre se raccourcit, ce qui force le système à se courber (les lames très minces étant flexibles). Comme le système des lames est fixé à une des extrémités A (*fig.* 144 et 145), l'autre extrémité B se déplace par

son autre extrémité une graduation micrométrique mm qui est regardée avec un microscope M, muni d'un fil de réticule à l'oculaire. En établissant une différence de potentiel entre les armatures, on voit le micromètre se

Fig. 145.



déplacer brusquement, et sans oscillation, d'une quantité que l'expérience montre être proportionnelle à la différence de potentiel.

L'instrument constitue ainsi un électromètre d'un emploi très commode pour la mesure de grandes différences de potentiel.

5. Variation électrique de température des cristaux pyro-électriques et des diélectriques ordinaires. — Le dernier exemple que nous donnerons de la méthode de M. Lippmann concerne la pyro-électricité et les diélectriques ordinaires.

Considérons d'abord un cristal pyro-électrique et métallisons deux faces parallèles perpendiculaires à l'axe de pyro-électricité, de façon à former un condensateur. La charge m qu'il faut fournir à l'une des armatures pour obtenir une différence de potentiel V entre celles-ci est une fonction : 1° de V; 2° de la température absolue T du cristal, que nous prendrons pour variables indépendantes, en supposant la pression extérieure constante. Posons

$$dm = a\,dV + b\,dT; \tag{1}$$

puisque dm est une différentielle exacte, on a

$$\frac{\partial a}{\partial T} = \frac{\partial b}{\partial V}; \tag{2}$$

d'autre part, désignons par dQ la quantité de chaleur qu'il faut fournir à ce condensateur ou en retirer pour obtenir la variation infiniment petite $dV\,dT$; posons

$$dQ = h\,dV + k\,dT; \tag{3}$$

k est la capacité calorifique du condensateur pour V constant, et h un

allons précisément le montrer.

Pour cela, la transformation étant supposée réversible (nous reviendrons plus loin sur cette supposition), formons la différentielle de l'entropie

$$(4)\qquad dS = \frac{dQ}{T} = \frac{h}{T}\,dV + \frac{k}{T}\,dT;$$

c'est une différentielle exacte, et l'on a, par conséquent,

$$\frac{\partial\left(\frac{h}{T}\right)}{\partial T} = \frac{\partial\left(\frac{k}{T}\right)}{\partial V};$$

d'où

$$(5)\qquad \frac{\partial h}{\partial T} - \frac{\partial k}{\partial V} = \frac{h}{T}.$$

Enfin évaluons la différentielle de l'énergie afin d'écrire que c'est une différentielle exacte, et pour cela, évaluons d'abord la différentielle dW du travail des forces extérieures; dans ce cas, ce n'est plus une différentielle exacte, puisque la transformation n'est pas isotherme.

Or le travail des forces extérieures se compose : 1° du travail $V\,dm$ à fournir un replenisher; 2° du travail des forces extérieures dues à la pression uniforme p, que nous supposons constante, par suite de la variation de volume dv; ce travail est égal à $-p\,dv$; d'où

$$dW = V\,dm - p\,dv$$

ou, en remplaçant dm et dv par leur expression en fonction de dV et de dT,

$$(6)\qquad dW = \left(Va - p\frac{\partial v}{\partial V}\right)dV + \left(Vb - p\frac{\partial v}{\partial T}\right)dT.$$

En appelant J l'équivalent mécanique de la chaleur, la différentielle dU de l'énergie du système a pour valeur

$$(7)\qquad \left\{\begin{aligned} dU &= J\,dQ + dW \\ &= \left(Jh + Va - p\frac{\partial v}{\partial V}\right)dV + \left(Jk + Vb - p\frac{\partial v}{\partial T}\right)dT. \end{aligned}\right.$$

Écrivons que dU est une différentielle exacte

$$(8)\qquad \frac{\partial\left(Jh + Va - p\frac{\partial v}{\partial V}\right)}{\partial T} = \frac{\partial\left(Jk + Vb - p\frac{\partial v}{\partial T}\right)}{\partial V};$$

(9) $$J\frac{h}{T} = b; \qquad \text{d'où} \qquad h = \frac{T}{J}\,b.$$

On voit que, b n'étant pas nul, par le fait que nous avons affaire à un cristal pyro-électrique, h n'est pas nul non plus. Il en résulte, d'après (3), que *pour maintenir la température constante de ce condensateur* ($dT = 0$) *quand on fait varier la différence de potentiel des armatures, il faut, suivant le sens de cette variation, ou fournir ou retirer de la chaleur du système.*

Si le système est isolé au point de vue calorifique $dQ = 0$, d'après (3), *une variation de potentiel fait varier la température.* Ce phénomène, qui est prévu par la théorie, étant très faible, n'a pas encore été mis en évidence par l'expérience. Au surplus, il est bien probable que la tourmaline ou les autres cristaux pyro-électriques prennent une polarisation diélectrique dans un champ électrique (Chap. IX, n° 9); autrement dit, le condensateur considéré présente des charges résiduelles. Dans ce cas, au phénomène réversible dont il vient d'être question, se superpose un phénomène non réversible, pour lequel la charge ou la décharge du condensateur entraîne toujours une création de chaleur dans le cristal, comme on peut le démontrer. Aussi n'avons-nous donné cet exemple que pour montrer comment on peut faire application de la méthode de M. Lippmann dans un cas où le travail des forces extérieures n'est plus une différentielle exacte, la transformation n'étant pas isotherme.

Un raisonnement calqué sur le précédent montre que le diélectrique d'un condensateur ordinaire est le siège, pendant la charge et la décharge, de phénomènes calorifiques inverses, semblables à ceux que nous venons d'indiquer, si la capacité du condensateur est fonction de la température, par suite de la variation du pouvoir inducteur spécifique du diélectrique. Mais encore ici le phénomène est masqué le plus souvent par la création de chaleur qui se produit dans le diélectrique, soit à la charge, soit à la décharge, à cause de la polarisation.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

CHAPITRE III.

DENSITÉ ET TENSION ÉLECTRIQUES.

CHAPITRE IV.

LES PRINCIPES DE L'ÉLECTROSTATIQUE ET LEURS CONSÉQUENCES.

CHAPITRE VI.

MACHINES ÉLECTRIQUES. — CHARGE, USAGE ET FORMES DIVERSES DES CONDENSATEURS.

CHAPITRE VII.

DÉCHARGES ÉLECTRIQUES. — ÉNERGIE ÉLECTRIQUE.

CHAPITRE VIII.

MESURES DES DIFFÉRENCES DE POTENTIEL.

CHAPITRE IX.

DIÉLECTRIQUES.

CHAPITRE X.

DE LA LOI ÉLÉMENTAIRE DE COULOMB.

CHAPITRE XI.

LOIS D'OHM, DE KIRCHHOFF ET DE JOULE.

CHAPITRE XII.

THERMO-ÉLECTRICITÉ.

NOTES.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES DU TOME I.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS
27646 Quai des Grands-Augustins, 55.

ERRATA.

Page 10, *au lieu de* le physicien anglais du Fay, *lire* le physicien français du Fay.

Page 152, *au lieu de* Hauxsbée, *lire* Hauksbée.

Page 288, *au lieu de* Edmond Becquerel, *lire* Antoine-César Becquerel (travail fait de 1823 à 1826).